

Diplomarbeit DIPL-MS-C-209

**Modellierung eines
Spindeltriebs
als Mehrkörpersystem**

von
Can Koşar

Betreuer: Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. P. Eberhard
Dr.-Ing. Alexander Menk

Universität Stuttgart
Institut für Technische und Numerische Mechanik
Prof. Dr.-Ing. Prof. E.h. P. Eberhard

Dezember 2013

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Aufbau der Arbeit	3
2	Theoretische Grundlagen	4
2.1	Mehrkörpersysteme	4
2.1.1	Kinematik holonomer Mehrkörpersysteme	5
2.1.2	Kinetik holonomer Mehrkörpersysteme	6
2.2	Kontakte in Mehrkörpersystemen	6
2.2.1	Formulierung als LCP	7
2.2.2	Formulierung mit stetigen Annäherungsfunktionen	13
3	Modellanforderungen	16
3.1	Funktionsweise der Spindelantriebe	16
3.2	Anforderungen an ein Spindelantrieb-MKS-Modell	17
3.2.1	Flexibilität der Spindel und der Mutter	18
3.2.2	Temperatureinfluss	18
3.2.3	Positionsschutz	19
3.2.4	Gewindespiel	22
3.2.5	Verklemmen und Verkanten	23
3.2.6	Reibung	23

4	Modellaufbau	29
4.1	Aufbau der Matlab-Modelle	29
4.1.1	Starrkörpermodell	29
4.1.2	Modell mit flexibler Mutter	34
4.1.3	Modell mit flexibler Spindel und Mutter	37
4.2	Aufbau der Adams-Modelle	39
4.2.1	Modellierung des spielfreien Gewindes	40
4.2.2	Modellierung des Gewindes mit Spiel	41
4.3	Numerische Auswertung und Validierung	42
5	Simulation und Auswertung	44
5.1	Haft-, Gleitübergänge	44
5.1.1	Gegenüberstellung der Modellkonzepte	45
5.1.2	Gegenüberstellung der Matlab- und Adams-Modelle	46
5.2	Positionsschutz	48
5.3	Wirkungsgrad	49
6	Zusammenfassung und Ausblick	52
A	Adams-Matlab Schnittstelle	54
A.1	Möglichkeiten zur Einbindung	54
A.2	Integration der internen Freiheitsgrade	58
A.3	Vergleich der Einbindungsmöglichkeiten	59
	Abbildungsverzeichnis	61
	Tabellenverzeichnis	63
	Literaturverzeichnis	64

Kapitel 1

Einleitung

1.1 Motivation

Spindelantriebe sind Maschinenelemente, die eine Rotationsbewegung in eine Translationsbewegung übersetzen. Sie werden in verschiedenen Produkten wie beispielsweise Sitz-, Kopfstützen- und Lenksäulenversteller eingesetzt. Bei der typischen Funktionsweise handelt es sich um eine Gewindespindel-Gewindemutter-Paarung, wobei je nach Lagerung eine Längsbewegung der Mutter oder Spindel erzeugt wird. Die Spindelantriebe werden entsprechend dem Einsatzgebiet aus unterschiedlichen Materialien, Gewindetypen und in verschiedenen Dimensionen hergestellt, siehe Abbildung 1.1.



Abbildung 1.1: Spindelantriebe mit DC-Motoren, Quelle: Robert Bosch GmbH.

Beim Einsatz solcher Spindelantriebe in Fahrzeugkomponenten müssen die Betriebseigenschaften und die Funktionalität nach Anwendung ausgelegt werden. Wichtige Betriebseigenschaften sind u.a. das Haft-Gleit-Übergangsverhalten, der Positionsschutz, der Wirkungsgrad und die Steifigkeit. Bei der Anwendung in einem Sitzversteller kann es z.B. vorkommen, dass sich die Position des Sitzes aufgrund von Fahrzeugbewegungen und Vibrationen verstellt. Ebenfalls

kann es passieren, dass die Gleitfähigkeit des Spindeltriebs bei extremen Temperaturverhältnissen beeinträchtigt wird. Durch die richtige Wahl der Materialien, der Oberflächen, des Gewindespiels und der Vorspannkraft können diese unerwünschten Effekte vermieden werden. Zudem können die Herstellungskosten durch eine optimale Dimensionierung des Spindeltriebs und des Elektromotors reduziert werden.

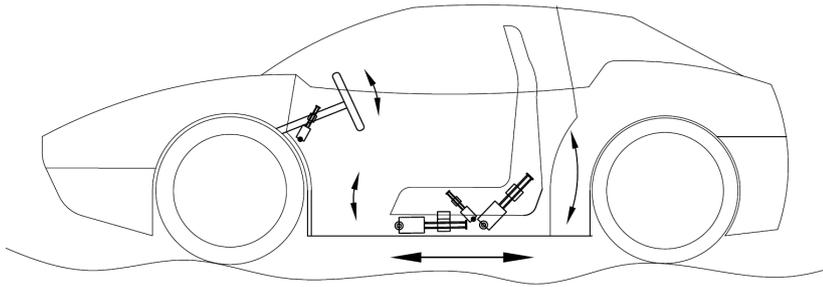


Abbildung 1.2: Spindeltriebe in Interiorkomponenten.

Durch eine rechnergestützte Voruntersuchung bzw. Simulation der Betriebsszenarien kann eine Vorauswahl vor der Prototypenentwicklung getroffen werden. Aus diesem Grund wird ein theoretisches Rechenmodell angestrebt, das die Dynamik des Systems und die wichtigen physikalischen Phänomene möglichst genau und effizient abbildet. Ein mechanisches System kann mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode (FEM) oder durch die Modellierung als ein Mehrkörpersystem (MKS) in ein mathematisches Modell überführt werden. Die Finite-Elemente-Methode wird üblicherweise bei verformbaren Körpern und kleinen Starrkörperbewegungen eingesetzt. Dahingegen werden für effiziente Untersuchungen bei großen Starrkörperbewegungen die Methode der flexiblen MKS mit bewegtem Referenzsystem vorgezogen. Lassen sich die Körperelastizitäten durch masselose Koppellemente beschreiben, so kann auch die Verwendung eines klassischen Mehrkörpersystems mit Starrkörpern sinnvoll sein.

In der vorliegenden Arbeit werden die Körperelastizitäten durch Koppellemente unter Vernachlässigung der strukturellen Verformungen berücksichtigt. Deshalb werden die Spindeltriebe als klassische Mehrkörpersysteme modelliert. Diese Mehrkörpersysteme bilden die Elastizität der Spindel und der Mutter, die Haft- und Gleitreibung am Kontaktbereich und das Gewindespiel ab. Auf Basis dieser MKS-Modelle werden die erforderlichen Betriebseigenschaften wie der Positionsschutz unter statischer und dynamischer Belastung, die Haft-Gleit-Reibung und der Wirkungsgrad analysiert. Des Weiteren wird ein parametrisiertes MKS-Modell erstellt und als Erweiterung der Modellbibliothek für generische Maschinenelemente bei der Firma „Robert Bosch GmbH“ zur Verfügung gestellt.

1.2 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit ist folgendermaßen aufgebaut:

Im *Kapitel 2* werden die theoretischen Grundlagen der klassischen Mehrkörpersysteme und die mathematische Formulierung mechanischer Systeme erklärt. Zudem wird die Modellierung der Kontakte in MKS erläutert.

Im *Kapitel 3* werden die Betriebseigenschaften der Spindelantriebe in Fahrzeugkomponenten vorgestellt. Dabei werden die relevanten Effekte im Einzelnen erklärt. Die Anforderungen an das Rechenmodell werden hinsichtlich der Systemdynamik und der Projektrandbedingungen diskutiert.

Im *Kapitel 4* wird die Umsetzung verschiedener Modellkonzepte erklärt.

Im *Kapitel 5* werden Simulationen wichtiger Betriebsszenarien ausgewertet und neue Werkzeuge zur Auslegung von Spindelantrieben in Fahrzeugkomponenten vorgestellt.

Im *Kapitel 6* gibt nach einer kurzen Zusammenfassung einen Ausblick auf mögliche Erweiterungen.

Kapitel 2

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel werden die theoretischen Grundlagen vorgestellt, auf denen die in dieser Arbeit verwendeten Methoden basieren. Zunächst werden die Mehrkörpersysteme erklärt. Anschließend wird die Modellierung der Kontakte in MKS erläutert. Es sind nur die für die Arbeit wichtigsten Grundlagen und Gleichungen eingeführt. Die zugehörigen Herleitungen können aus den zitierten Quellen entnommen werden.

2.1 Mehrkörpersysteme

Nach [EberhardSchiehlen12] besteht ein Mehrkörpersystem aus starren Körpern, die durch innere Kräfte und Momente in Wechselwirkung zueinander sind. Diese inneren Kräfte und Momente werden durch masselose Bindungs- und Koppel-elemente verursacht. Zudem können äußere (eingeprägte) Kräfte auf die Körper wirken, deren Ursache sich außerhalb der Systemgrenzen befindet. Demnach kommen die inneren Kräfte paarweise und die Äußeren einzeln im System vor. Verschwinden alle Drehgeschwindigkeiten und alle Momente bezüglich der Massenmittelpunkte in einem System, so wird dieser Spezialfall als Punktsystem beschrieben.

Die Klassifizierung der Mehrkörpersysteme wird u.a. in [EberhardSchiehlen12], [Pfeiffer92] ausführlich erklärt. Demnach wird eine Bindung als *holonom* definiert, wenn sie gleichzeitig Bewegungsfreiheit der Lage- und Geschwindigkeitsgrößen einschränkt.

Hängen in einem System die eingeprägten Kräfte von Reaktionskräften ab, so

wird das System als *nichtideal* bezeichnet. In dieser Arbeit werden ausschließlich holonom- und nichtideale Mehrkörpersysteme verwendet, in denen alle Bindungen holonom sind und Reibungskräfte auftreten, die von den Reaktionskräften abhängen. Im Folgenden werden die kinetische und kinematische Grundlagen solcher Systeme erläutert.

2.1.1 Kinematik holonomer Mehrkörpersysteme

Die f verallgemeinerten Koordinaten eines holonomen Systems können als

$$\mathbf{y}(t) = [y_1 \ y_2 \ y_3 \ \dots \ y_f]^T \quad (2.1)$$

beschrieben werden. Die Translation eines holonomen Systems kann nach [EberhardSchiehlen12] als

$$\mathbf{r}_i(t) = \mathbf{r}_i(\mathbf{y}, t) \quad (2.2)$$

formuliert werden, wobei i der Index der Körper ist. Somit kann die translatorische Geschwindigkeit jedes einzelnen Körpers i als

$$\mathbf{v}_i(t) = \underbrace{\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \mathbf{y}}}_{\mathbf{J}_{T,i}(\mathbf{y}, t)} \cdot \dot{\mathbf{y}}(t) + \underbrace{\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial t}}_{\bar{\mathbf{v}}_i(\mathbf{y}, t)} \quad (2.3)$$

geschrieben werden, wobei $\mathbf{J}_{T,i}(\mathbf{y}, t)$ die Jacobimatrix der Translation und $\bar{\mathbf{v}}_i(\mathbf{y}, t)$ der lokale Geschwindigkeitsvektor ist. Die Beschleunigungen ergeben sich als

$$\mathbf{a}_i(t) = \mathbf{J}_{T,i}(\mathbf{y}, t) \cdot \ddot{\mathbf{y}}(t) + \bar{\mathbf{a}}_i(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t), \quad (2.4)$$

wobei $\bar{\mathbf{a}}_i(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t)$ der lokale Beschleunigungsvektor ist. Wird die Drehung des Körpers i als

$$\mathbf{S}_i(t) = \mathbf{S}_i(\mathbf{y}, t) \quad (2.5)$$

beschrieben, so werden Drehgeschwindigkeiten und -beschleunigungen mit der Matrix

$$\boldsymbol{\omega}_i(t) = \underbrace{\frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial \mathbf{y}}}_{\mathbf{J}_{R,i}(\mathbf{y},t)} \cdot \dot{\mathbf{y}}(t) + \underbrace{\frac{\partial \mathbf{s}_i}{\partial t}}_{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i(\mathbf{y},t)} \quad (2.6)$$

und

$$\boldsymbol{\alpha}_i(t) = \mathbf{J}_{R,i}(\mathbf{y}, t) \cdot \ddot{\mathbf{y}}(t) + \tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) \quad (2.7)$$

erhalten, wobei $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_i(t)$ der lokale Drehgeschwindigkeitsvektor, $\tilde{\boldsymbol{\alpha}}_i(t)$ der lokale Drehbeschleunigungsvektor und $\mathbf{J}_{R,i}$ die Jacobimatrix der Rotation sind.

2.1.2 Kinetik holonomer Mehrkörpersysteme

Für jeden Körper i eines Mehrkörpersystems lauten die Impuls- und Drallsätze (sog. *Newton-Eulersche Gleichungen*)

$$\begin{aligned} m_i \mathbf{a}_i(t) &= \mathbf{f}_i(t) = \mathbf{f}_i^e(t) + \mathbf{f}_i^r(t) \text{ und} \\ \mathbf{I}_i(t) \cdot \boldsymbol{\alpha}_i(t) + \tilde{\boldsymbol{\omega}}_i(t) \cdot \mathbf{I}_i(t) \cdot \boldsymbol{\omega}_i(t) &= \mathbf{l}_i(t) = \mathbf{l}_i^e(t) + \mathbf{l}_i^r(t), \end{aligned} \quad (2.8)$$

wobei m_i die Masse, $\mathbf{I}_i(t)$ der Trägheitstensor, $\mathbf{f}_i^e(t)$ der Vektor der eingepprägten Kräfte, $\mathbf{f}_i^r(t)$ der Vektor der Reaktionskräfte, $\mathbf{l}_i^e(t)$ der Vektor der eingepprägten Momente, $\mathbf{l}_i^r(t)$ der Vektor der Reaktionsmomente ist, siehe [EberhardSchiehlen12].

Durch die Eliminierung der Reaktionskräfte und -momente bzw. Anwendung des d'Alembertschen Prinzips ergeben sich die Bewegungsgleichungen

$$\mathbf{M}(\mathbf{y}, t) \cdot \ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{k}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) = \mathbf{q}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \mathbf{g}, t), \quad (2.9)$$

für holonome und nichtideale Mehrkörpersysteme, wobei $\mathbf{M}(\mathbf{y}, t)$ die Massenmatrix, $\mathbf{k}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t)$ der Vektor der verallgemeinerten Kreiselkräfte und $\mathbf{q}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \mathbf{g}, t)$ der Vektor der verallgemeinerten eingepprägten Kräfte sind, siehe [EberhardSchiehlen12, Pfeiffer92].

2.2 Kontakte in Mehrkörpersystemen

Die Wechselwirkung zwischen den Körpern können in Mehrkörpersystemen mit masselosen Koppelementen beschrieben werden. Wenn ein materieller Kontakt

zwischen den Körpern modelliert wird, muss zusätzlich das normale und tangentielle Verhalten zwischen den Körpern formuliert werden. Es stehen mehrere Methoden zur Verfügung, um die Kontaktkinematik und -kinetik zu beschreiben, [Ebrahimi07, PfeifferGlocker96, K. Schweizerhof13, Fischer-Cripps07]. In diesem Abschnitt werden zwei Methoden erörtert, mit denen tangentielle und normale Kontaktverhalten zwischen den Körpern formuliert werden können.

Die Gleichung (2.9) beschreibt eine allgemeine Form der Bewegungsgleichungen für holonome und nichtideale Systeme. Im Folgenden werden die Kontaktkräfte unabhängig von den eingepprägten und Bindungskräften dargestellt. Zu diesem Zweck wird ein Vektor der verallgemeinerte Kontaktkräfte \mathbf{F}_C eingeführt. Werden alle anderen eingepprägten, Bindungs- und Corioliskräfte in einem Kraftvektor \mathbf{h} zusammengefasst, so können die Bewegungsgleichungen aus (2.9) als

$$\mathbf{M}(\mathbf{y}, t) \cdot \ddot{\mathbf{y}}(t) - \mathbf{h}(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, t) - \mathbf{F}_C(\mathbf{y}, \dot{\mathbf{y}}, \ddot{\mathbf{y}}, \mathbf{g}, t) = 0 \quad (2.10)$$

geschrieben werden, wobei die einzigen nichtidealen Kräfte die Kontaktkräfte sind. Die Tangentialkräfte können von den Normalkräften abhängen. Deshalb werden die Kontaktkräfte in λ zusammengefasst und mit den Matrizen \mathbf{W} zu den verallgemeinerten Koordinaten verteilt. Der Vektor der Kontaktkräfte \mathbf{F}_C kann für diesen Zweck als

$$\mathbf{F}_C = \sum_{l=1}^{n_C} (\mathbf{W}_N^l \lambda_N^l + \mathbf{W}_T^l \lambda_T^l) = \mathbf{W}_N \cdot \boldsymbol{\lambda}_N + \mathbf{W}_T \cdot \boldsymbol{\lambda}_T \quad (2.11)$$

formuliert werden. Hierbei ist n_C die Anzahl der Kontakte, $\boldsymbol{\lambda}_N$ der Vektor der Kontaktkräfte in Normalrichtung, $\boldsymbol{\lambda}_T$ der Vektor der Kontaktkräfte in Tangentialrichtung, \mathbf{W}_N die Verteilungsmatrix der Normalkräfte, \mathbf{W}_T die Verteilungsmatrix der Tangentialkräfte ist. Hierbei gilt

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_N &= [\mathbf{W}_N^1 \dots \mathbf{W}_N^{n_C}], \quad \mathbf{W}_T = [\mathbf{W}_T^1 \dots \mathbf{W}_T^{n_C}], \\ \boldsymbol{\lambda}_N &= [\lambda_N^1 \dots \lambda_N^{n_C}]^T, \quad \boldsymbol{\lambda}_T = [\lambda_T^1 \dots \lambda_T^{n_C}]^T, \end{aligned} \quad (2.12)$$

siehe [Ebrahimi07].

2.2.1 Formulierung als LCP

Nach [Henne05] kann die Standardform eines linearen Komplementaritätsproblems (LCP) in Matrix-Darstellung als

$$\begin{aligned} \gamma &= \mathbf{A}\boldsymbol{\chi} + \mathbf{b} \text{ und } \boldsymbol{\gamma}^T \boldsymbol{\chi} = 0 \text{ mit} \\ \gamma &> 0, \boldsymbol{\chi} > 0 \text{ und } \boldsymbol{\gamma}, \boldsymbol{\chi} \in \mathbb{R}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

definiert werden. Das bedeutet, dass ein Eintrag jedes Koordinatentupels stets Null ist, wohingegen der andere Eintrag einen positiven Wert hat. Dieser Zusammenhang kann für die mathematische Formulierung der Komplementaritäten (Ergänzungen) dienen. Das Prinzip ist in der Abbildung 2.1 visualisiert.

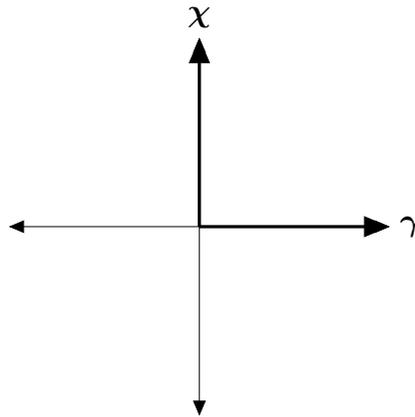


Abbildung 2.1: Darstellung eines Standard-LCP-Problems.

Normalrichtung

Der Abstand und die Normalkraft am Kontakt l sind jeweils mit g_N^l und λ_N^l gekennzeichnet. So gilt

$$g_N^l \geq 0, \lambda_N^l \geq 0 \text{ und } g_N^l \lambda_N^l = 0. \quad (2.14)$$

Das bedeutet, dass in der Zeitspanne, in der die Körper im Kontakt sind, der Abstand in der Normalrichtung gleich Null und die Kontaktkraftkomponente in der Normalrichtung größer als null ist. Wenn sie hingegen nicht in Kontakt sind, ist der Normalabstand größer als Null und die Kontaktkraftkomponente in Normalrichtung gleich Null. So kann das Normalverhalten der Körper als ein Komplementaritätsproblem formuliert werden, siehe Abbildung 2.2.

Tangentialrichtung

Die Systemgrößen, die das Normalverhalten beschreiben, können für die Standard-LCP-Formulierung verwendet werden. Hingegen müssen bei der Beschreibung des Tangentialverhaltens zusätzliche Variablen eingeführt werden, d.h.

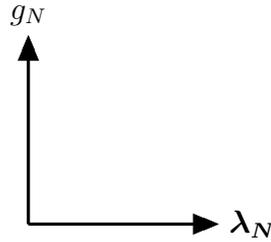


Abbildung 2.2: Charakterisierung des Kontakts in Normalrichtung.

das Tangentialverhalten muss für die Standard-LCP-Form zerlegt werden. Eine Zerlegungsmöglichkeit wird im Folgenden dargestellt. Zugrunde liegt hierbei das Coulombsche Reibungsmodell.

Coulombsche Reibung Nach dem Coulombschen Reibungsmodell muss die kritische statische Reibungskraft λ_G^l erreicht werden, um die Relativbewegung an einer planaren Kontaktstelle l zu ermöglichen. Solange gilt

$$\lambda_T^l < \mu_0^l \lambda_N^l, \quad (2.15)$$

wobei λ_H^l die Reibkraft im Haftzustand, λ_N^l die Normalkraft und μ_0 der statische Reibungskoeffizient ist, siehe [Popov09]. Der statische Reibungskoeffizient μ_0 hängt von der Materialpaarung ab und ist konstant. Sie hat kein direktes Verhältnis zur Oberflächenrauigkeit oder Materialwerte der Körper. Wird der kritische Wert der Haftreibungskraft λ_G^l erreicht, so wirkt eine konstante Widerstandskraft in entgegengesetzter Richtung der Bewegung, die von der Normalkraft λ_N^l und dem Reibkoeffizient abhängt. Dies wird als

$$\lambda_T^l = \mu_0^l \lambda_N^l \quad (2.16)$$

formuliert. Zusammen kann es für eine Kontaktpaarung l als

$$\begin{aligned} \dot{g}_T^l = 0 &\Rightarrow -\mu_0^l \lambda_N^l \leq \lambda_T^l \leq \mu_0^l \lambda_N^l \quad (\text{Haften}) \\ \dot{g}_T^l < 0 &\Rightarrow \lambda_T^l = \mu_0^l \lambda_N^l \quad (\text{Negatives Gleiten}) \\ \dot{g}_T^l > 0 &\Rightarrow \lambda_T^l = -\mu_0^l \lambda_N^l \quad (\text{Positives Gleiten}) \end{aligned} \quad (2.17)$$

formuliert werden, wenn die Normalkraft λ_N^l positiv ist. Das Verhältnis zwischen der Reibungskraft λ_T^l und der relativen Tangentialgeschwindigkeit ist in der Abbildung 2.3 dargestellt.

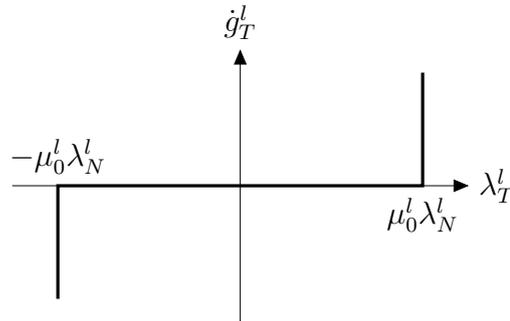


Abbildung 2.3: Reibkraft in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit nach Coulombschem Reibgesetz.

Nach [PfeifferGlocker96] kann das Reibungsverhältnis bei Übergängen von Haften zu Gleiten und umgekehrt in Abhängigkeit von der Beschleunigung – anstatt der Geschwindigkeit – ausgedrückt werden. Das ist daher möglich, weil die relativen tangentialen Beschleunigungen für die Übergänge von $\dot{\lambda}_T^l = 0$ nach $\dot{\lambda}_T^l \neq 0$ das gleiche Vorzeichen wie die Geschwindigkeit haben. Eine Variante der Zerlegung ist in der Abbildung 2.4 und 2.5 visualisiert.

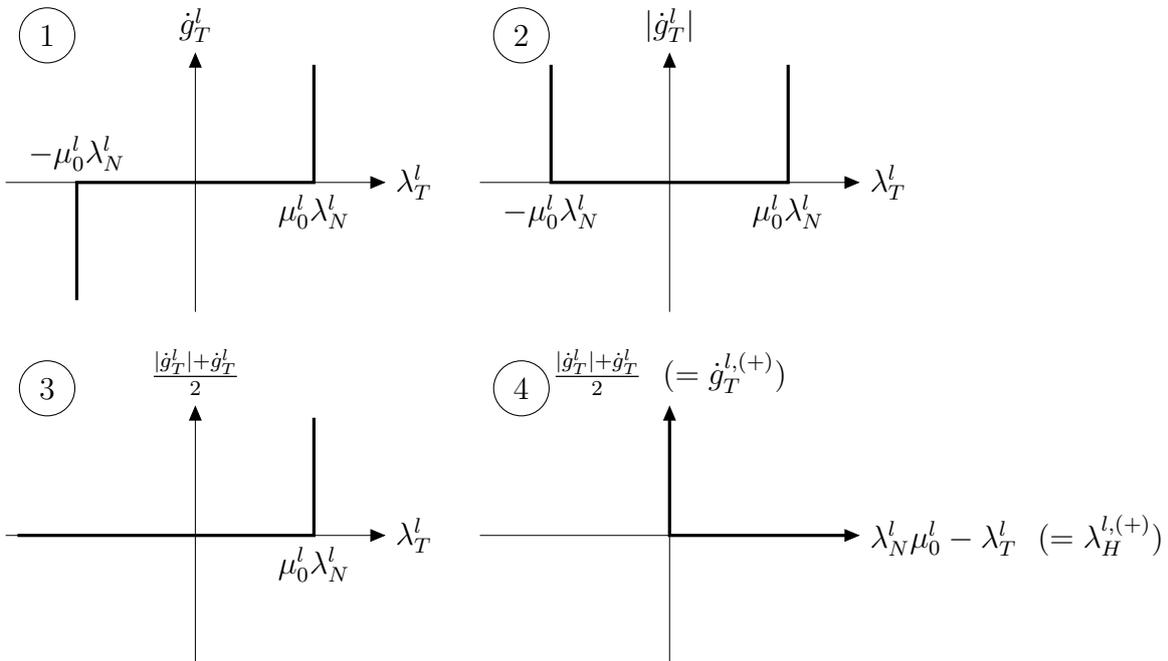


Abbildung 2.4: Erster Teil der Zerlegung des Tangentialverhaltens.

Durch die Zerlegung werden zwei zusätzliche Parameter pro Kontakt erzeugt,

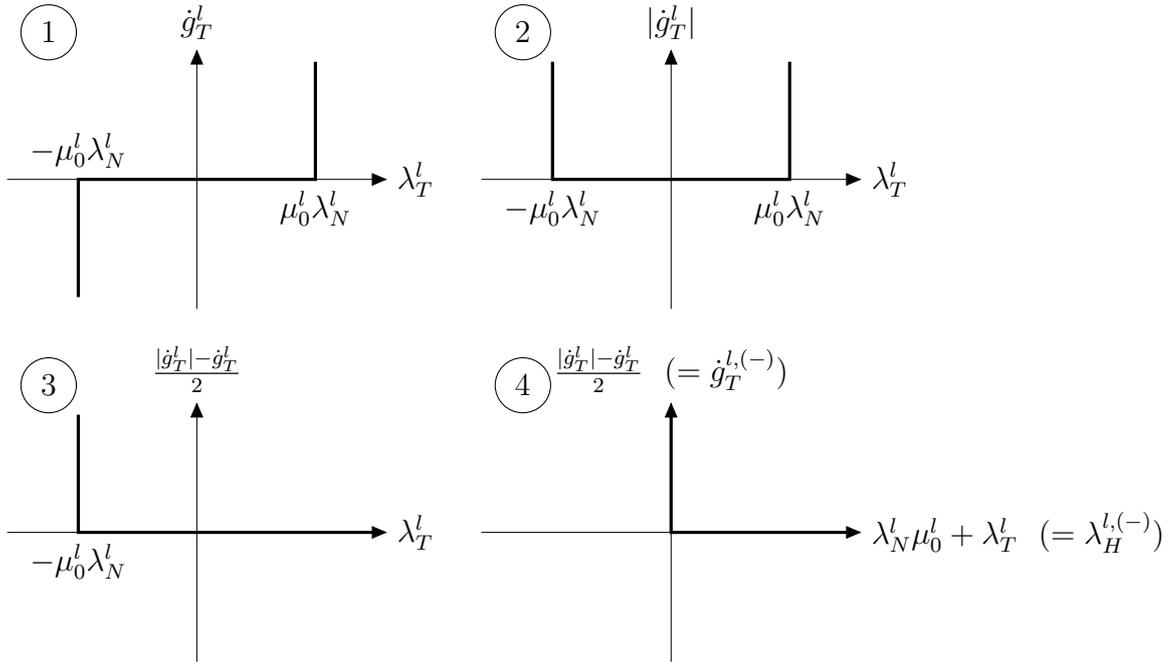


Abbildung 2.5: Zweiter Teil der Zerlegung des Tangentialverhaltens.

die sich aus den vorhandenen Systemgrößen zusammensetzen und für die LCP-Formulierung verwendet werden können.

Aufstellung der LCP-Gleichungen

Mit den Gleichungen (2.10) und (2.11) kann eine Beziehung zwischen den verallgemeinerten Koordinaten \mathbf{y} und den verallgemeinerten Koordinaten der Kontakte \mathbf{g} ermittelt werden. Sie können direkt – wie beim Normalverhalten – oder mit der ersten Ableitung – wie beim Tangentialverhalten – im Verhältnis stehen. Nach [Ebrahimi07] kann geschrieben werden, dass

$$\begin{aligned}\ddot{\mathbf{g}}_N &= \mathbf{W}_N^T \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{w}_N^T \cdot \dot{\mathbf{y}} \text{ und} \\ \ddot{\mathbf{g}}_T &= \mathbf{W}_T^T \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \mathbf{w}_T^T \cdot \dot{\mathbf{y}},\end{aligned}\tag{2.18}$$

wobei die Matrizen \mathbf{w}_T und \mathbf{w}_N die ersten Ableitungen der verallgemeinerten Koordinaten zu den zweiten Ableitungen der Kontaktkoordinaten zuordnen. In dieser Form kommen die Normalkräfte λ_N^l doppelt vor, da die Gleitreibung direkt von Normalkräften abhängt. Die Tangentialkräfte setzen sich aus Gleitkräften λ_G und Haftkräften λ_H zusammen. Diese können unter Beachtung von (2.16) mit

$$\mathbf{W}_T \cdot \boldsymbol{\lambda}_T = \mathbf{W}_G \cdot \boldsymbol{\lambda}_G + \mathbf{W}_H \cdot \boldsymbol{\lambda}_H \quad (2.19)$$

aufgetrennt werden, um die Normalkräfte zusammenzufassen. Daraus folgt

$$\mathbf{F}_C = (\mathbf{W}_N + \mathbf{W}_G \boldsymbol{\mu}_G) \cdot \boldsymbol{\lambda}_N + \mathbf{W}_H \cdot \boldsymbol{\lambda}_H, \quad (2.20)$$

wobei die Matrix $\boldsymbol{\mu}_G$ die Gleitreibungskoeffizienten an den Kontaktpunkten beinhaltet. Somit können alle Kontaktkräfte in Abhängigkeit der Normal- und Haftkräfte zusammengefasst werden. Unter Beachtung von (2.10) gilt

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{y}} - \mathbf{h} - \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{W}_N + \mathbf{W}_G \boldsymbol{\mu}_G & \mathbf{W}_H \end{bmatrix}}_{\mathbf{W}_{NH}} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda}_N \\ \boldsymbol{\lambda}_H \end{bmatrix}}_{\boldsymbol{\lambda}} = 0. \quad (2.21)$$

Durch eine Linksmultiplikation und Umformung der Gleichung (2.21) mit der invertierten Massenmatrix \mathbf{M}^{-1} wird der Vektor $\ddot{\mathbf{y}}$ als

$$\ddot{\mathbf{y}} = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{W}_{NH} \cdot \boldsymbol{\lambda} \quad (2.22)$$

geschrieben. Analog zu (2.18) können die verallgemeinerten Kontaktkoordinaten in Matrix-Darstellung als

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{g}}_N \\ \ddot{\mathbf{g}}_H \end{bmatrix}}_{\ddot{\mathbf{g}}_{NH}} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{W}_N^T \\ \mathbf{W}_H^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{W}^T} \cdot \ddot{\mathbf{y}} + \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{w}_N^T \\ \mathbf{w}_H^T \end{bmatrix}}_{\mathbf{w}} \cdot \dot{\mathbf{y}} \quad (2.23)$$

gestaltet werden. Werden die verallgemeinerten Koordinaten \mathbf{y} in der Form von (2.22) in die Gleichungen (2.23) eingesetzt, so resultiert ein LCP in der Form

$$\underbrace{\ddot{\mathbf{g}}_{NH}}_{\boldsymbol{\gamma}} = \underbrace{(\mathbf{W}^T \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{W}_{NH})}_{\mathbf{A}} \cdot \underbrace{\boldsymbol{\lambda}}_{\boldsymbol{x}} + \underbrace{(\mathbf{W}^T \cdot \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{h} + \mathbf{w})}_{\mathbf{b}} \quad (2.24)$$

$$\ddot{\mathbf{g}}_{NH} \geq 0, \quad \boldsymbol{\lambda} \geq 0, \quad \ddot{\mathbf{g}}_{NH} \cdot \boldsymbol{\lambda} = 0,$$

wobei die Variablen der Standard-LCP-Form aus der Gleichung (2.13) gekennzeichnet sind, siehe [YaoaGaobRenb11]. Nach [PfeifferGlocker96] kann die vorgestellte Zerlegung des Tangentialverhaltens bei überbestimmten Systemen zu singulären Massenmatrizen führen. In dem genannten Werk ist eine alternative Zerlegung vorgestellt, die zu vier – anstatt zwei – Einträgen im Vektor $\ddot{\mathbf{g}}^l$ führen. Mit dieser Formulierung können nach [PfeifferGlocker96] selbst überbestimmte Systeme gelöst werden.

2.2.2 Formulierung mit stetigen Annäherungsfunktionen

Wie im vorherigen Abschnitt beschrieben, können mathematische Hilfsmittel wie LCP zur Formulierung der nichtstetigen Kontaktverhalten in Normal- und Tangentialrichtung verwendet werden. Das ermöglicht die exakte Formulierung der Kontaktcharakteristiken.

Zudem können nichtstetige Beziehungen zwischen den Kontaktgrößen mit Hilfe stetig differenzierbarer Funktionen angenähert werden, siehe [Hildebrandt06]. Somit kann das Kontaktverhalten ohne Einführung zusätzlicher Hilfskoordinaten \mathbf{g} beschrieben werden. Für die Bestimmung der Annäherungsfunktion stehen verschiedene Approximationsverfahren zur Verfügung, siehe [Gisela Engeln-Müllges11, Arnold Reusken08]. Unter den Aspekten wie Effizienz und Genauigkeit müssen die Ausgleichsparameter und -funktionen gewählt werden, die für die Anwendung am Besten geeignet sind. Im Folgenden werden zwei stetige Funktionen vorgestellt, die den doppelseitigen Kontakt (*Normalverhalten*) und die Coulombsche Reibung (*Tangentialverhalten*) formulieren.

Normalrichtung

In dieser Arbeit wird ein Gewindenspiel modelliert. Die Problematik kann wegen der Analogie an einer Punktmasse untersucht werden, die sich zwischen zwei Wänden befindet. Die Punktmasse bewegt sich in der gemeinsamen Normalrichtung der Wände frei. Sobald der Kontakt stattfindet, wirkt eine Kraft in entgegengesetzter Richtung der Eindringung in die Wand. Die Steifigkeit der Wand sei beispielsweise mit einer linearen Druckfeder versehen. So kann ein Verhältnis zwischen der Kontaktkraft in Normalrichtung λ_N^l und der Hilfskoordinate \tilde{g} , wie in der Abbildung 2.6, berechnet werden. Da es sich hierbei ausschließlich um starre Körper handelt, ist die Einführung einer Hilfsvariable möglich, die den Abstand zu Wänden in zwei Richtungen formuliert. Für die Formulierung dieses exakten Verhaltens sind zwei zusätzliche Koordinaten nötig. Wird dieses Verhältnis mit Hilfe eines Polynoms angenähert, so ist eine direkte Formulierung der Normalkraft ohne zusätzliche Koordinaten möglich. In der Abbildung (2.6) ist eine Annäherung mit einem Polynom dritten Grades ($\lambda_N^l = a (\tilde{g} + e)^3 + b (\tilde{g} + e)^2 + c (\tilde{g} + e) + d$) dargestellt.

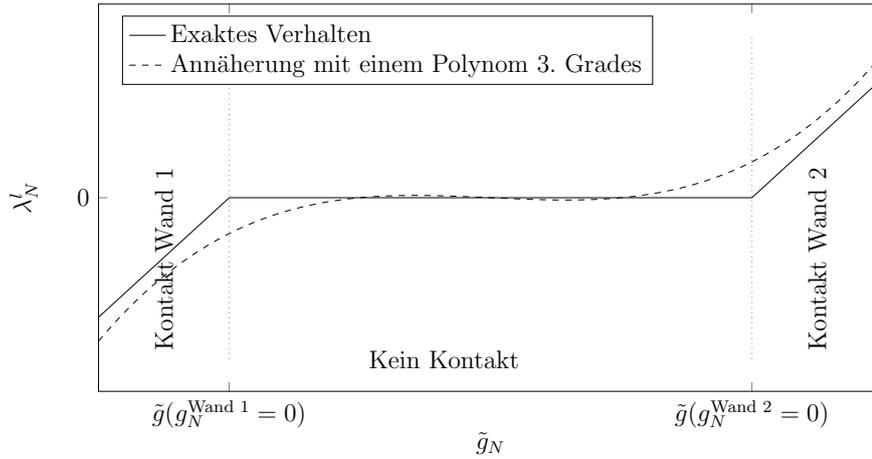


Abbildung 2.6: Exaktes und angenähertes Normalverhalten.

Tangentialrichtung

Eine Annäherungsvariante für die Coulombsche Reibung ist die Arkustangens-Funktion. Die Arkustangens-Funktion kann mit $\frac{2}{\pi}\mu_0\lambda_N^l$ skaliert und mit einem Verstärkungsfaktor k_V zur exakten Funktion angenähert werden, sodass

$$\lambda_T^l = \frac{2}{\pi}\lambda_N^l\mu_0 \arctan(k_V\dot{g}_T^l). \quad (2.25)$$

In der Abbildung 2.7 wird die exakte Coulombsche Reibung der Annäherungsfunktion gegenübergestellt.

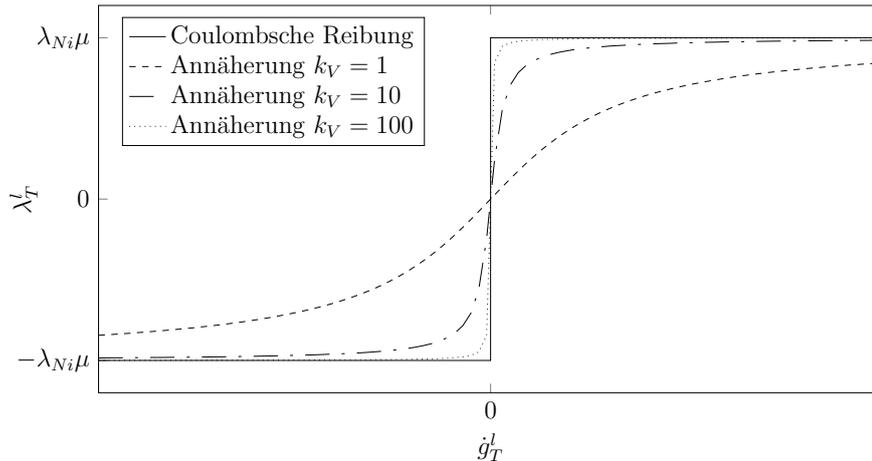


Abbildung 2.7: Annäherung von Coulombscher Reibung durch Arkustangens.

Eine weitere Möglichkeit zur stetigen Beschreibung der Coulombschen Rei-

bung wird in [MOSTAGHELDAVIS97] vorgestellt. Die beiden Varianten, die das normale- und tangential Kontaktverhalten exakt und annäherungsweise beschreiben, werden im nächsten Kapitel an einem Beispiel umgesetzt und miteinander verglichen. Zudem werden im folgenden Kapitel die Anforderungen an das Modell untersucht und die Modellierungsmöglichkeiten diskutiert.

Kapitel 3

Modellanforderungen

Im Rahmen einer Maschinenelement-Modellbibliothek ist ein generisches MKS-Modell für Spindelantriebe angestrebt, mit dem verschiedene Betriebs-szenarien simuliert werden können. Bei der Robert Bosch GmbH handelt es sich hauptsächlich um die Spindelantriebe, die in Fahrzeugkomponenten wie Sitz-, Lenksäulenversteller etc. eingesetzt werden. Es wird ein Modell benötigt, das die erforderlichen physikalischen Phänomene für diesen Zweck abbilden kann. Im Folgenden werden die Anforderungen an das Projekt erläutert und der Umfang des Modells ausgelegt.

3.1 Funktionsweise der Spindelantriebe

Spindelantriebe sind Maschinenelemente, die eine Rotationsbewegung in eine Linearbewegung übersetzen. Die Kraftleitung kann bei Spindelantrieben auf zwei unterschiedliche Arten erfolgen. Bei der ersten Variante, siehe Abbildung 3.1, wird die Mutter in Axialrichtung fest und in Radialrichtung losgelagert. Der Motor treibt die Mutter direkt an. Die Spindel ist in Radialrichtung fest-, und in Axialrichtung lose gelagert. Durch die Drehung der Mutter bewegt sich die Spindel in axialer Richtung. Die anzutreibende Masse ist an die Spindel gekoppelt.

Bei der zweiten Variante wird der Motor an die Spindel angeschlossen. Die Spindel ist in Axialrichtung fest-, und in Radialrichtung los gelagert. Die Mutter ist in Axialrichtung lose und in Radialrichtung festgelagert, sodass die Drehung der Spindel eine axiale Bewegung der Mutter bewirkt. Die zu bewegende Masse ist hierbei an die Mutter gekoppelt, siehe die Abbildung 3.2.

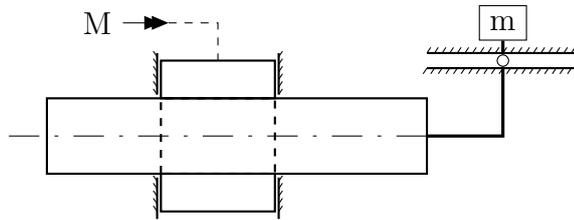


Abbildung 3.1: Kraftleitung von Mutter nach Spindel.

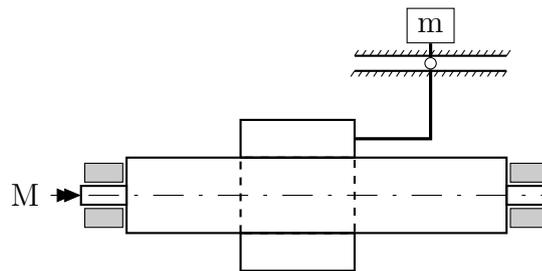


Abbildung 3.2: Kraftleitung von Spindel nach Mutter.

3.2 Anforderungen an ein Spindelantrieb-MKS-Modell

An das MKS-Modell werden zahlreiche Anforderungen gestellt. Diese sind u.a. die Modellierung

- der Flexibilität der Spindel und der Mutter,
- der Haft- und Gleitreibung zwischen der Spindel und der Mutter,
- der Temperatureinflüsse und
- des Gewindespiels

um die Betriebseigenschaften wie

- der Positionschutz unter statischen sowie dynamischen Belastungen,
- den Wirkungsgrad,
- die Verklemmung und die Verkantung

korrekt abbilden zu können. Zudem muss es gewisse Vorgaben an Recheneffizienz und Parametrierung erfüllen.

Das mechanische Modell wird nach diesen Vorgaben konzipiert. Um die Vereinfachungen und Vernachlässigungen zu begründen, werden folgende Anforderungen untersucht.

3.2.1 Flexibilität der Spindel und der Mutter

Die Gewinde weisen komplexe Verformungszustände auf. Die Spindel und die Mutter befinden sich an den Oberflächen der Gewindeflanken im Kontakt. Selbst im Fall eines einfachen quadratischen Gewindeprofil, ist der Kontaktbereich eine komplizierte Geometriestruktur. Die Untersuchung der Effekte, die von Gewindeverformungen abhängen, erfordert den Einsatz von Methoden wie der flexiblen Mehrkörpersysteme oder der Finiten Elemente. Das Modell wird zunächst als klassisches MKS aufgebaut, wobei die Gewinde als starr angenommen werden. Das elastische Verhalten der Spindel und der Mutter wird wie in [ZirnWeikert06, VicenteEtAl11, HsiehYaoChiang07, BrecherWeck11] mit masselosen Koppелеlementen abgebildet. Nach der Abstimmung mit Versuchsdaten kann eine Aussage getroffen werden, ob die Gewindeverformungen vernachlässigt werden können. Dementsprechend kann das Modell um flexible Mehrkörper erweitert werden.

Die Spindel und die Mutter werden jeweils als Voll- und Hohlzylinder modelliert. Die Zug-, Druck-, Torsions- und Biegesteifigkeiten der Körper werden mit analytischen Ansätzen hergeleitet.

3.2.2 Temperatureinfluss

Die Spindel und die Mutter werden aus Materialien unterschiedlicher Wärmeausdehnungseigenschaften hergestellt. Durch die Temperatur werden Effekte wie Verklemmung, Verkantung, Verlockerung beeinflusst. Die Abbildung der Temperatureinflüsse kann in bestimmten Betriebspunkten wichtig sein, sie werden aber im Rahmen dieser Arbeit nicht behandelt.

3.2.3 Positionsschutz

Positionsschutz ist eine Eigenschaft, die für die grundsätzliche Funktionalität der Spindeltriebe wichtig ist. Die Spindeltriebe, die in Fahrzeugkomponenten wie Sitzversteller, Lenksäulenversteller etc. eingesetzt werden, können bei unzureichender Auslegung nach Betriebsschwingungen zu unerwünschten Positionsänderungen führen. So kann sich z.B. der Sitz oder die Lenksäule während der Fahrt verstellen. Die Auslegung des Spindeltriebs bezüglich Positionsschutz unter statischer Belastung ist über die mechanische Selbsthemmung möglich. Beim Positionsschutz unter dynamischen Belastungen spielt u.a. das Gewindenspiel eine Rolle. Diese Effekte werden im Folgenden beschrieben.

Positionsschutz unter statischer Belastung

Mit dem Positionsschutz unter statischer Belastung wird hier der Effekt bezeichnet, dass sich die Spindel-Mutter-Paarung in einem erwünschten Bereich des Belastungszustands sperrt. Ein Spindeltrieb, der beispielsweise radial angetrieben wird, soll durch ein reines Moment oder mit bis zu einer bestimmten axialen Belastung antreibbar sein, bzw. gleiten können. Dennoch darf er sich bei einer rein-axialen Belastung nicht drehen. Der mathematische Zusammenhang kann, wie bei der Selbsthemmung, mit Hilfe eines Reibkegels hergeleitet werden. Das Prinzip bei Spindeltrieben ist in der Abbildung 3.3 für eine Spindel-Mutter-Paarung mit rechteckigem Gewindeprofil dargestellt.

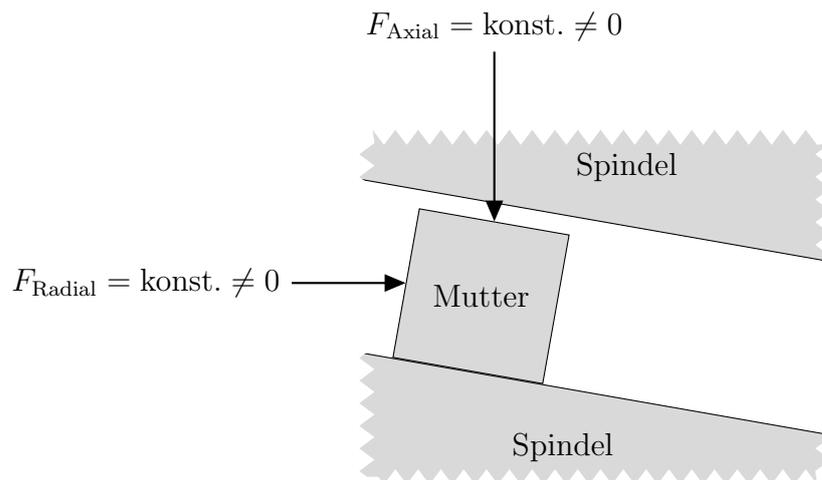


Abbildung 3.3: Prinzip des Positionsschutzes unter statischer Belastung.

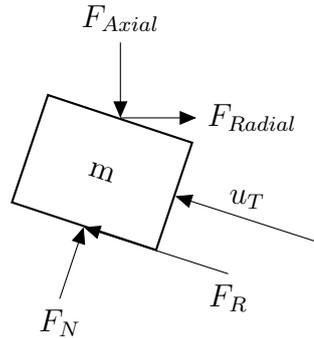


Abbildung 3.4: Freischnitt des Würfелеlements der Mutter.

Hierbei ist ein Schnitt des Kontaktbereichs aufgewickelt gezeichnet. Die Reibung zwischen der Mutter und der Spindel ist mit dem statischen Reibungskoeffizient μ_0 berücksichtigt. Es soll eine axiale Kraft F_{Axial} resultierend aus der Vorspannung und eine radiale Kraft F_{Radial} resultierend aus dem Antriebsmoment wirken. Dadurch entsteht eine Reibungskraft F_R tangential zur Kontaktfläche.

Die Kräftegleichgewichtsgleichungen in tangentialer und normaler Richtung ergeben sich als

$$\begin{aligned} m\ddot{u}_T &= F_{Axial} \sin \alpha + F_{Radial} \cos \alpha - F_R, \\ 0 &= F_{Axial} \cos \alpha - F_{Radial} \sin \alpha - F_N, \end{aligned} \quad (3.1)$$

Der Freiheitsgrad u_T wird eingeführt, um die Grenzfälle vom Stillstand zu Bewegung zu betrachten. Nach dem Coulombschen Reibgesetz ist die Haftreibung als

$$- |F_N| \mu_0 < F_{R,Haft} < |F_N| \mu_0 \quad (3.2)$$

und die Gleitreibung als

$$F_{R,Gleit} = \text{sign}(\dot{u}_T) |F_N| \mu_0 \quad (3.3)$$

definiert. Über diese Beziehungen können die Positionsschutzeigenschaften ausgewertet bzw. für den Anwendungsfall ausgelegt werden. Ein wichtiger Anwendungsfall ist der Positionsschutz bei rein axialer Belastung und die Antreibbarkeit bei reinem Moment.

Der Positionsschutz bei rein axialer Belastung kann aus

$$\dot{u}_T = 0, \quad F_{\text{Axial}} \neq 0, \quad F_{\text{Radial}} = 0 \quad (3.4)$$

hergeleitet werden, da nach [PfeifferGlocker96] die Beschleunigung bei Übergängen mit der Geschwindigkeit gleichgesetzt werden kann. Daraus ergibt sich aus den Gleichungen 3.1 und 3.2

$$\mu > \tan(\alpha). \quad (3.5)$$

Die Antreibbarkeit bei reinem Moment kann als

$$\dot{u}_T > 0, \quad F_{\text{Radial}} \neq 0, \quad F_{\text{Axial}} = 0 \quad (3.6)$$

formuliert werden. Aus (3.1) und (3.2) folgt

$$\mu < \cot(\alpha) \quad (3.7)$$

und mit (3.5) zusammengeschieden

$$\tan(\alpha) < \mu < \cot(\alpha). \quad (3.8)$$

Positionsschutz unter dynamischer Belastung

Mit dem Positionsschutz unter dynamischer Belastung wird das Phänomen bezeichnet, dass sich die Spindel-Mutter-Paarung bei zeitabhängigen Kräfteerregungen sperrt. Das Prinzip dieses Phänomens ist in der Abbildung 3.5 visualisiert.

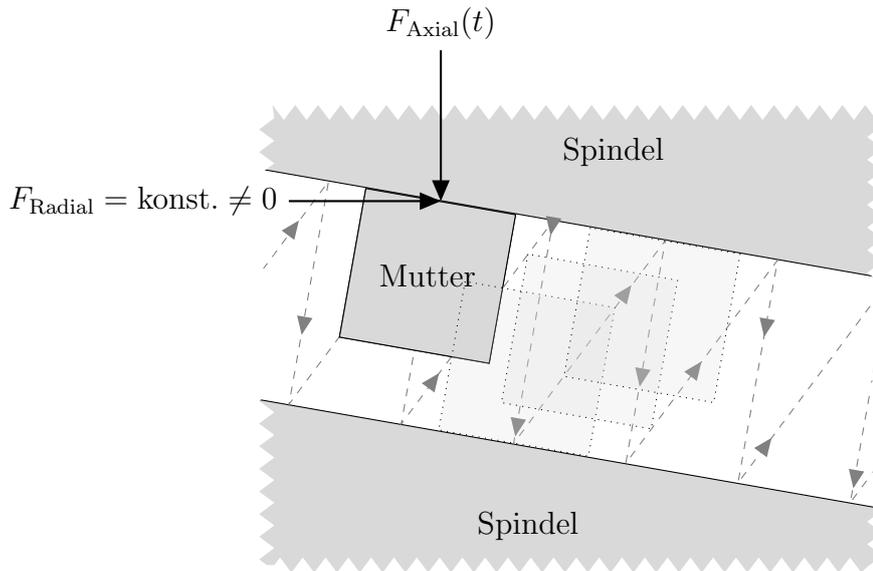


Abbildung 3.5: Prinzip des Positionsschutzes unter dynamischer Belastung.

Für den Positionsschutz unter dynamischer Belastung können keine pauschalen Beziehungen mehr wie (3.8) hergeleitet werden, da es eine Abhängigkeit mit dem Gewindenspiel gibt und es als Kontaktproblem betrachtet werden muss. Die Auswertungen einiger Betriebsfälle bezüglich der dynamischen Belastungen werden im nächsten Kapitel gezeigt.

3.2.4 Gewindenspiel

Die Gewindepaarung bei Spindelantrieben ist mit einem gewissen Spiel versehen [Vahid-AraghiGolnaraghi11], um die inneren Spannungen bei der Verformung der Gewinde, der Nichtidealität der Geometrie und den herstellungsbedingten Abweichungen zu eliminieren, siehe Abbildung 3.6.

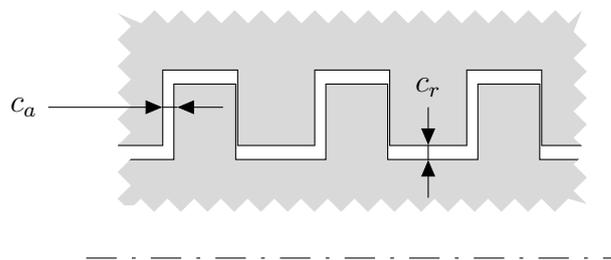


Abbildung 3.6: Gewindenspiel bei rechteckigem Gewindeprofil.

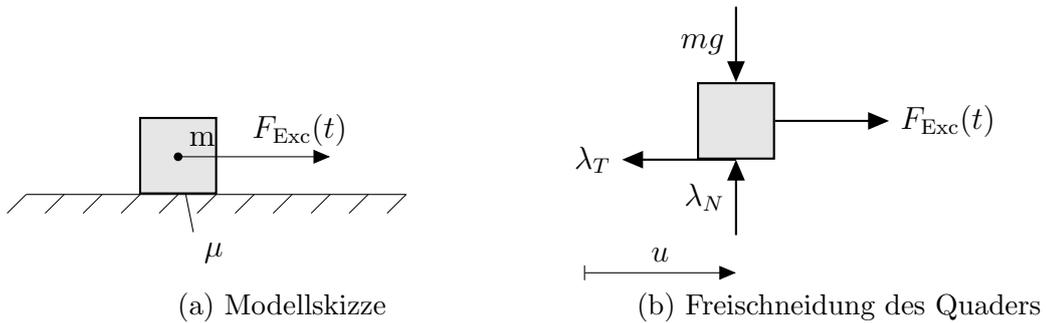


Abbildung 3.7: Quader auf der reibhaften, planaren Fläche.

Das durchschnittliche axiale Spiel wird mit c_a und das durchschnittliche radiale Spiel mit c_r beschrieben.

3.2.5 Verklemmen und Verkanten

Beim Verklemmen und Verkanten handelt es sich um die Phänomene, die die Modellierung der Gewindeverformungen erfordern. Zudem werden sie stark von Wärmeausdehnungseigenschaften der Körper beeinflusst. Diese Effekte werden ebenso nicht im Rahmen dieser Arbeit betrachtet.

3.2.6 Reibung

Die Modellierung der Haft-Gleit-Reibung mit dem Coulombschen Ansatz basiert auf einem nichtstetigen Ansatz. Die theoretischen Grundlagen dieser Reibung ist bereits im Abschnitt 2.2 erläutert. Nun werden diese am folgenden Beispielmodell angewandt und verglichen. Das Testmodell ist ein Quader auf einer reibungsbehafteten, planaren Fläche, der mit einer Sinuskraft erregt wird. Die Momente um den Schwerpunkt dürfen vernachlässigt werden.

Das tangentielle Verhalten wird zuerst als ein lineares Komplementaritätsproblem (LCP) formuliert, um die Haft-Gleit-Übergänge exakt zu modellieren. Danach wird die Coulombsche Reibung durch eine stetige Funktion näherungsweise formuliert. Die Newton-Gleichungen des Systems aus der Abbildung 3.7 können mit der verallgemeinerten Koordinate u als

$$\begin{aligned} m\ddot{u} &= F_{\text{Exc}}(t) - \lambda_T \\ 0 &= \lambda_N - mg \end{aligned} \quad (3.9)$$

formuliert werden, wobei $F_{\text{Exc}}(t)$ die zeitabhängige Erregerkraft und λ_T die tangentiale Relativbewegung zwischen zwei Kontaktoberflächen u_i ist.

Das Tangentialverhalten bzw. das Verhältnis zwischen λ_T und \dot{u} muss für die Aufstellung der LCP-Gleichungen zerlegt werden, indem zusätzliche Hilfskoordinaten eingeführt werden (*Tangential decomposition*). Nach [PfeifferGlocker96] kann das Reibungsverhältnis bei Übergängen vom Haften zum Gleiten und umgekehrt in Abhängigkeit von der Beschleunigung –anstatt der Geschwindigkeit– ausgedrückt werden, weil die relativen tangentialen Beschleunigungen für die Übergänge von $\dot{u} = 0$ nach $\dot{u} \neq 0$ das gleiche Vorzeichen wie die Geschwindigkeit haben. Nach der Zerlegung des Tangentialverhaltens wird ein LCP-Problem in der Form von

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{|\ddot{u}| + \ddot{u}}{2} \\ \frac{|\ddot{u}| - \ddot{u}}{2} \end{bmatrix} &= \mathbf{A} \begin{bmatrix} \lambda_N \mu - \lambda_T \\ \lambda_N \mu + \lambda_T \end{bmatrix} + \mathbf{b} \text{ und} \\ \begin{bmatrix} \frac{|\ddot{u}| + \ddot{u}}{2} & \frac{|\ddot{u}| - \ddot{u}}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_N \mu - \lambda_T \\ \lambda_N \mu + \lambda_T \end{bmatrix} &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

erhalten. Die tangentiale Relativbeschleunigung \ddot{u}_i berechnet sich dabei aus

$$\ddot{u} = y_1 - y_2 = \frac{|\ddot{u}| + \ddot{u}}{2} - \frac{|\ddot{u}| - \ddot{u}}{2}. \quad (3.11)$$

Mit

$$\ddot{u} = \frac{F_{\text{Exc}} - \lambda_T}{m} \quad (3.12)$$

und

$$\begin{aligned} x_1 &= \lambda_N \mu - \lambda_T \\ x_2 &= \lambda_N \mu + \lambda_T \end{aligned} \quad (3.13)$$

kann die Matrix \mathbf{A} und der Vektor \mathbf{b} als

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & \frac{1}{m} \end{bmatrix} \text{ und} \quad (3.14)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{F_{\text{Exc}} - mg\mu}{m} \\ \frac{F_{\text{Exc}} + mg\mu}{m} \end{bmatrix}$$

berechnet werden. Diese Formulierung kann nun mit Hilfe eines LCP-Solvers gelöst werden. Für diesen Zweck wird ein LCP-Solver für Matlab eingesetzt, der auf Pivoting-Verfahren basiert, siehe [Almqvist13].

Die Auswertung der tangentialen Relativgeschwindigkeit \dot{u} in Abhängigkeit der Erregerkraft F_{Exc} und die Erregerkraft F_{Exc} in Abhängigkeit der Reibungskraft F_R mit Werten $\mu = 0,3$, $m = 1$ und $g = 10$ sind jeweils in den Abbildungen 3.8 und 3.9 dargestellt.

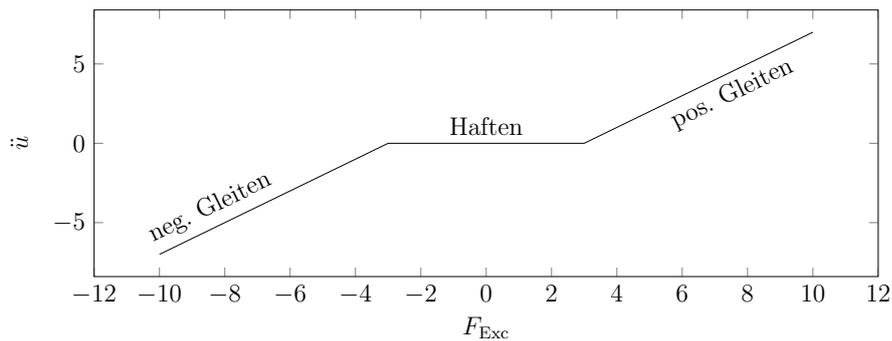


Abbildung 3.8: Tangentiale Relativgeschwindigkeit \dot{u} in Abhängigkeit der Erregerkraft F_{Exc} .

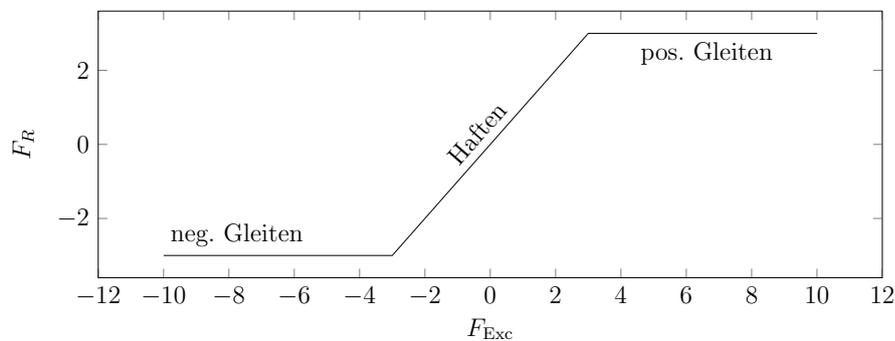


Abbildung 3.9: Reibungskraft F_R in Abhängigkeit der Erregerkraft F_{Exc} .

Formulierung der Reibung mit einer Annäherungsfunktion Mit dem Formulierungsansatz der Coulombschen Reibung aus dem Abschnitt 2.2 können die Bewegungsgleichungen aus der Gleichung (3.9) als

$$m\ddot{u} + \frac{2}{\pi}\lambda_N\mu_0 \arctan(k_V\ddot{u}) - F_{\text{Exc}}(t) = 0. \quad (3.15)$$

geschrieben werden. Die Reibungskraft hängt bei dieser Formulierung von der Beschleunigung $\lambda_T(\ddot{u})$ ab und kann nicht mehr in die Zustandsraumdarstellung gebracht werden. Sie kann aber mit Hilfe eines nichtlinearen Gleichungslösers in jedem Integrationsschritt ausgewertet werden. Bei der Variante $\lambda_T(\ddot{u})$ kann die Bewegungsgleichung analytisch im Zustandsraum dargestellt und mit Hilfe eines DGL-Solvers gelöst werden.

Vergleich der Varianten Das Modell mit exakter Reibungsformulierung wird im Folgenden mit Hilfe eines LCP-Solvers von [Almqvist13] in Matlab untersucht. Das Modell näherungsweise Reibungsformulierung ist ebenso in Matlab mit unterschiedlichen Verstärkungsfaktoren k_V analysiert. Die Ergebnisse beider Varianten werden verglichen.

Für folgende Untersuchungen wird die Masse des Quaders $m = 1 \text{ kg}$, die Gravitationskonstante $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, der Reibungskoeffizient $\mu = 0.3$, die Verstärkungsfaktoren $k_V = 1, 10, 100$ und die Erregerkraft $F_{\text{Exc}} = V\sin(\omega t + \phi)$ mit $V = 6$, $\omega = 4\pi$ und $\phi = 0$ gewählt.

Die Anfangsbedingungen sind $u = 0$ und $\dot{u} = 0$. Die Effizienz der vorgestellten Formulierungen werden mit einem auf Runge-Kutta basierendem Matlab DGL-Solver (ode45, siehe [Inc.12]) verglichen. Der maximale relative Fehler des Solvers beträgt $e_R = 1e^{-4}$.

In der Abbildung 3.10 werden die Positionen des Quaders bei unterschiedlichen Varianten verglichen.

Die prozentuale Abweichung der Annäherungsvarianten von der mit LCP-ausgerechneten Position sind in der Abbildung 3.11 dargestellt.

Je höher der Verstärkungsfaktor k_V gewählt wird, desto näher kommt die Annäherungsfunktion der exakten Coulombschen Formulierung. Zudem wird die maximale Steigung der \ddot{u} - λ_T -Kurve bei höheren Werten von k_V höher, so dass der Solver mehr Iterationsschritte benötigt, um den vorgegebenen, maximalen Fehler

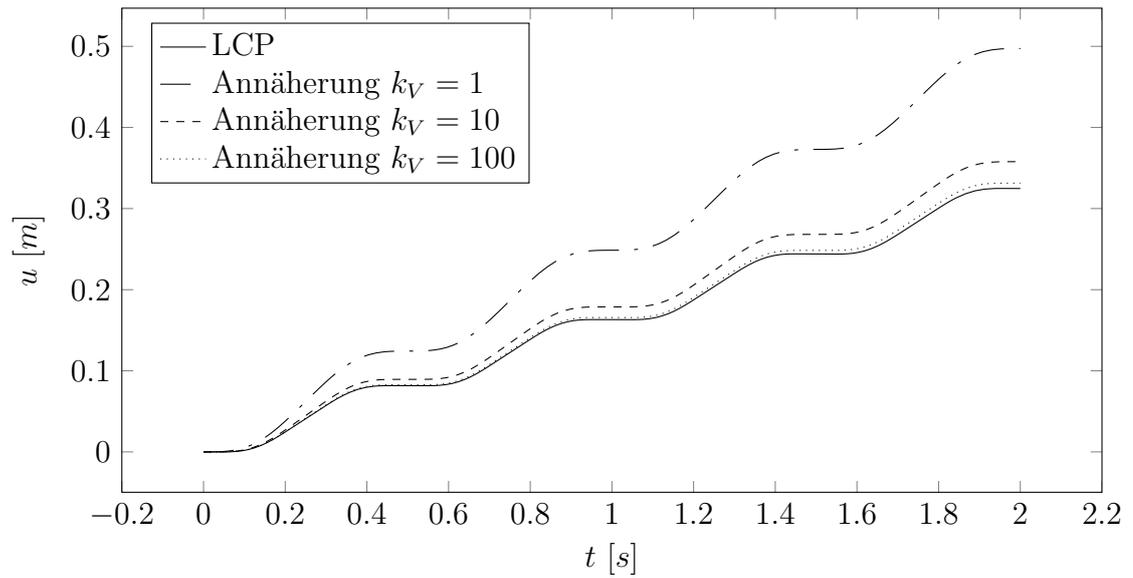


Abbildung 3.10: Zeitverlauf von u bei LCP und Annäherungsvariante.

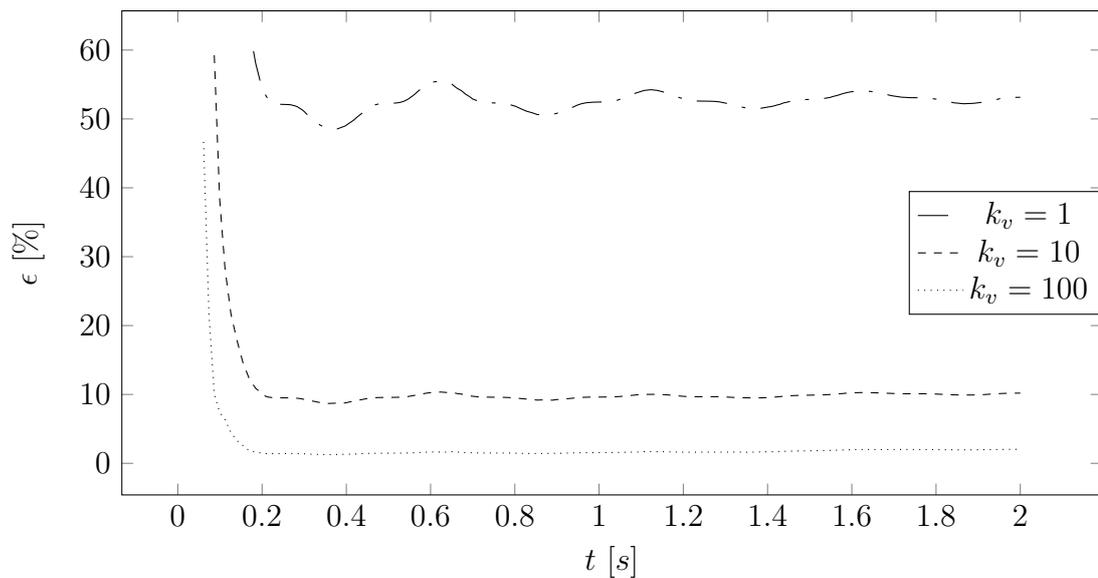


Abbildung 3.11: Relativer Fehler von u mit Annäherungsvarianten.

einzuhalten. Dieses Phänomen führt zu höheren Rechenzeiten bei steigendem Parameter k_V .

Wird die Reibungskraft λ_T bei der Annäherungsvariante in Abhängigkeit der

Beschleunigung \ddot{u} formuliert, so ist die Auswertung der Bewegungsgleichung in LCP-Variante effizienter, siehe Tabelle 3.1. Bei dieser Formulierung muss in jedem Iterationsschritt ein nichtlineares Gleichungssystem in einer Form von $a\ddot{u} + b \arctan(\ddot{u}) + \dots = 0$ numerisch ausgewertet werden. Wird hierfür die Reibungskraft λ_T in Abhängigkeit der Geschwindigkeit \dot{u} formuliert, so lässt sich die Beschleunigung analytisch berechnen. Die sich damit ergebende Bewegungsgleichung

$$m\ddot{u} + \frac{2}{\pi}\lambda_N\mu_0 \arctan(k_V\dot{u}) - F_{\text{Exc}}(t) = 0 \quad (3.16)$$

ist ebenfalls mit denselben obengenannten Werten ausgewertet. Die Recheneffizienz in der Tabelle 3.1 dargestellt.

	$\lambda_T(\ddot{u})$		$\lambda_T(\dot{u})$	
	Dauer [s]	$\sum n_{\text{Iteration}}$	Dauer [s]	$\sum n_{\text{Iteration}}$
LCP	0,135	727	–	–
Annäherung mit $k_V = 1$	3,3816	229	0,012	151
Annäherung mit $k_V = 10$	7,0668	463	0,027	409
Annäherung mit $k_V = 100$	11,45	613	0,049	859

Tabelle 3.1: Gegenüberstellung der Recheneffizienz.

Nach [PfeifferGlocker96] kann die Reibung in Abhängigkeit der Beschleunigung definiert werden, weil in dem Übergangsbereich von $\dot{u} = 0$ nach $\dot{u} \neq 0$ die Beschleunigung dasselbe Vorzeichen wie die Geschwindigkeit haben muss. Nach [Ebrahimi07] ist die Formulierung in Abhängigkeit der Geschwindigkeit physikalisch korrekter.

Kapitel 4

Modellaufbau

In diesem Kapitel werden einige geeigneten Konzepte für die theoretische Modellbildung des Spindelantriebs gezeigt. Die Methoden der Ersatzmodellbildung werden u.a. in [Pfeiffer92, MagnusMüller-Slany05] und [Knappstein93] behandelt. Verschiedene Spindelantriebsmodelle werden in [ZirnWeikert06, VaranasiNayfeh04, VicenteEtAl11, HsiehYaoChiang07, BrecherWeck11] vorgestellt, die in dynamischen Systemen eingesetzt werden. Es werden im Folgenden drei mechanische Ersatzmodelle vorgestellt. Das erste ist ein Starrkörpermodell. Beim zweiten Ersatzmodell wird die Elastizität der Mutter berücksichtigt, da die Mutter für vorliegende Einsatzzwecke aus Kunststoff hergestellt wird und die dadurch verursachte Verformungen nicht vernachlässigbar sind. Beim dritten Modell wird die Elastizität sowohl der Mutter als auch der Spindel berücksichtigt.

4.1 Aufbau der Matlab-Modelle

In diesem Abschnitt wird der Aufbau und die Umsetzung drei unterschiedlicher mechanischen Ersatzmodelle gezeigt.

4.1.1 Starrkörpermodell

In der Abbildung 4.1 ist ein mechanisches Ersatzmodell vorgestellt, in dem die Spindel und Mutter starr angenommen werden. Der Antrieb erfolgt über ein vorgegebenes Moment M , das über einen Rotor, der als Vollzylinder modelliert ist.

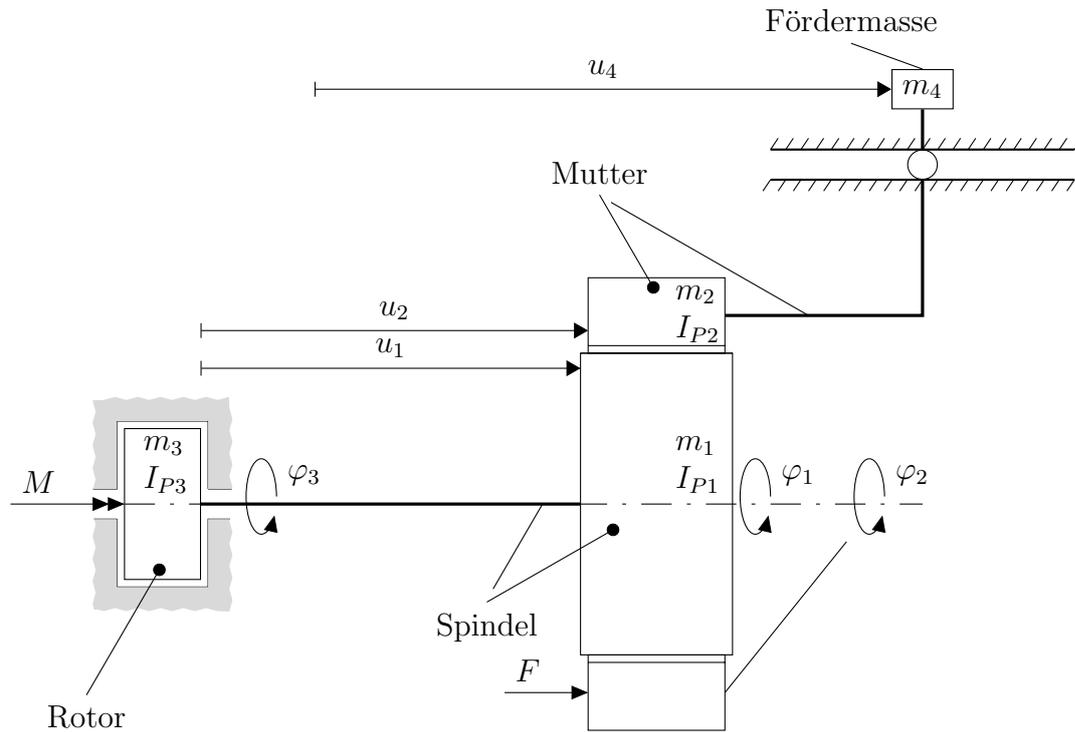


Abbildung 4.1: Ersatzmodell mit starrer Mutter und Spindel.

Die Variablen, die hierfür verwendet werden, sind jeweils als

- $u_{1...3}$... Axiale Positionen von Spindel, Mutter, Rotor
- $\varphi_{1...3}$... Radiale Positionen von Spindel, Mutter, Rotor
- $m_{1...4}$... Gesamtmassen von Spindel, Mutter, Rotor und Fördermasse
- $I_{P1...3}$... Polare Trägheitsmomente des jeweiligen Zylinders
- M ... Antriebsmoment
- F ... Vorspannkraft

bezeichnet.

Kinematik des Systems

Die Schraubverbindung zwischen der Spindel und der Mutter ist über eine kinematische Bindung modelliert, die als

$$(u_1 - u_2) = \frac{s}{2\pi}(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (4.1)$$

formuliert wird, wobei s die Gewindesteigung bei einer ganzen Umdrehung ist. Im gebundenen System kann geschrieben werden, dass

$$\begin{aligned}
 u_3 &= 0 \\
 \varphi_2 &= \varphi_{2,0} \\
 u_1 &= u_{1,0} \\
 \varphi_1 &= \varphi_3 \\
 u_4 &= u_{4,0}.
 \end{aligned}
 \tag{4.2}$$

Kinetik des Systems

Der mittlere Durchmesser am Kontaktbereich der Gewinde ist in der Abbildung 4.2 aufgewickelt gezeichnet, so dass die radiale Achse φ_1 linear dargestellt werden kann.

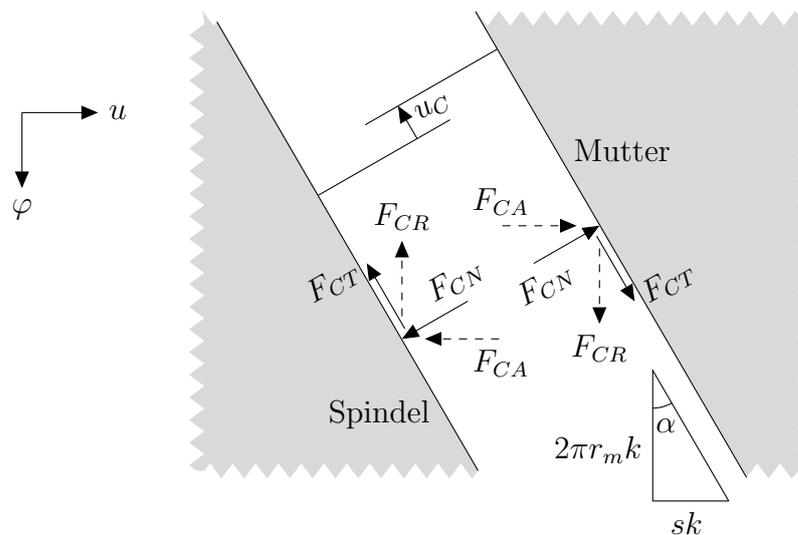


Abbildung 4.2: Gewinde- und Reibungsmodell.

Die verwendeten Variablen sind

- F_{CN} ... Normalkraft, die auf die Gewindeflanken wirkt,
- F_{CT} ... Tangentialkraft (Reibungskraft),
- F_{CR} ... Aus F_{CN} und F_{CT} resultierende Radialkraft,
- F_{CA} ... Aus F_{CN} und F_{CT} resultierende Axialkraft,
- r_m ... Mittlerer Radius
- α ... Winkel der Gewindesteigung und
- u_C ... Relative Spiralbewegung zwischen der Spindel und der Mutter.

Für die Relativbewegung zwischen der Spindel und der Mutter gilt

$$u_C = (\varphi_2 - \varphi_1) \sqrt{r_m^2 + \left(\frac{s}{2\pi}\right)^2}. \quad (4.3)$$

Für das vorliegende Starrkörpersystem mit Gleichungen aus (4.2) kann geschrieben werden, dass

$$u_C = -\varphi_3 \sqrt{r_m^2 + \left(\frac{s}{2\pi}\right)^2}. \quad (4.4)$$

Die verallgemeinerten Koordinaten des Systems sind als

$$\mathbf{y} = [\varphi_3] \quad (4.5)$$

gewählt.

Durch die Bindungsgleichung (4.1), die das System um einen Freiheitsgrad reduziert, kann die Krafteinleitung zwischen der Spindel und der Mutter in Abhängigkeit einer Bindungskraft formuliert werden. Wird diese als die Normalkraft F_{CN} gewählt, so kann die tangentielle Kraft an Gewindeflanken nach der Gleichung (2.25) als

$$F_{CT} = |F_{CN}| \mu \frac{2}{\pi} \arctan(k_V \dot{u}_C) \quad (4.6)$$

definiert werden. Somit resultieren die axialen und radialen Kräfte in Abhängigkeit von F_{CN} als

$$\begin{aligned} F_{CR} &= |F_{CN}| \mu \frac{2}{\pi} \arctan(k_V \dot{u}_C) \cos(\alpha) - F_{CN} \sin(\alpha) \text{ und} \\ F_{CA} &= |F_{CN}| \mu \frac{2}{\pi} \arctan(k_V \dot{u}_C) \sin(\alpha) + F_{CN} \cos(\alpha). \end{aligned} \quad (4.7)$$

In der Abbildung 4.3 sind die Kräfte an freigeschnittenen Körpern aufgezeichnet.

Die Impuls- und Drallsätze für die einzelnen Körper können nach der Abbildung 4.3 als

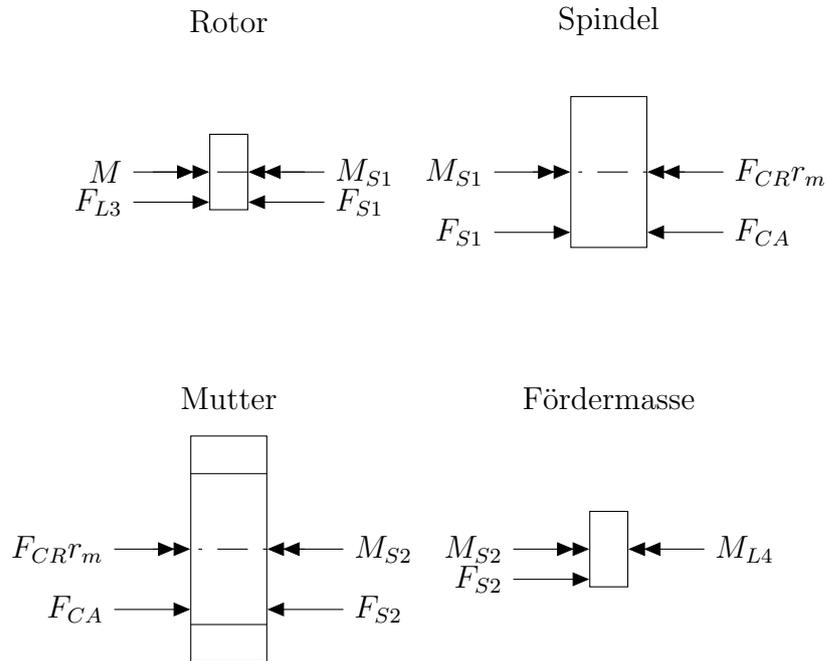


Abbildung 4.3: Freischnitten der Körper.

Rotor

$$\begin{aligned} I_{P3}\ddot{\varphi}_3 &= M - M_{S1} \\ 0 &= F_{L3} - F_{S1} \end{aligned}$$

Spindel

$$\begin{aligned} I_{P1}\ddot{\varphi}_3 &= M_{S1} - F_{CR} r_m \\ 0 &= F_{S1} - F_{CA} \end{aligned}$$

(4.8)

Mutter

$$\begin{aligned} 0 &= F_{CR} r_m - M_{S2} \\ m_2\ddot{u}_2 &= F_{CA} - F_{S2} \end{aligned}$$

Fördermasse

$$\begin{aligned} 0 &= M_{S2} - M_{L4} \\ m_4\ddot{u}_2 &= F_{S2} \end{aligned}$$

formuliert werden. Das Eliminieren von F_{CN} mit der Ableitung der kinematischen Bedingung (4.1)

$$\ddot{u}_2 = -\frac{s}{2\pi}\ddot{\varphi}_3 \quad (4.9)$$

aus den Gleichungen (4.8) ergibt die Bewegungsgleichung

$$\ddot{\varphi}_3^+(\dot{\varphi}_3) = \frac{2\pi(Fr_m(c_a z - s_a) + M(C_a + s_a z))}{2\pi(I_{P1} + I_{P3})(c_a + s_a z) + r_m s(m_2 + m_4)(s_a - c_a z)} \quad (4.10)$$

bei positiven Werten von F_{CN} und

$$\ddot{\varphi}_3^-(\dot{\varphi}_3) = \frac{-2\pi(Fr_m(s_a + c_a z) + M(-C_a + s_a z))}{2\pi(I_{P1} + I_{P3})(c_a - s_a z) + r_m s(m_2 + m_4)(s_a + c_a z)} \quad (4.11)$$

bei negativen Werten von F_{CN} mit $c_a = \cos(\alpha)$ und $s_a = \sin(\alpha)$.

4.1.2 Modell mit flexibler Mutter

Nach [ZirnWeikert06] kann die Steifigkeit der Mutter an einem Spindeltrieb mit Federn zwischen dem starren Kontaktkörper der Mutter und der Fördermasse mit guter Annäherung abgebildet werden. Somit kann der Kontakt, der in der Realität über eine komplizierte Fläche erfolgt, an zwei Kontaktflächen ausgewertet werden. Die durch die Verformbarkeit der Gewindeflanken verursachte inhomogene Kräfteverteilung wird näherungsweise auf zwei deckungsgleiche Flächen reduziert, siehe Abbildung 4.4. Im Folgenden wird die Verformungsfähigkeit der Mutter in der und um die Längsachse über eine Zug-Druck- und eine Torsionsfeder mit Federsteifigkeiten von jeweils $k_{Z,S}$ und $k_{T,S}$ realisiert, siehe Abbildung 4.4. Es wird angenommen, dass keine Volumenkompression und damit keine axiale Verformung bei reiner Torsion verursacht wird, siehe St. Venantsche Torsion.

Kinematik

Die kinematischen Bedingungen sind

$$\begin{aligned} u_3 &= 0, \\ \varphi_4 &= 0, \\ \varphi_1 &= (\varphi_3 - \varphi_{3,0}) + \varphi_{1,0} \text{ und} \\ u_1 &= u_{1,0}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Die kinematische Bedingung, deren allgemeine Form in (4.1) formuliert ist, kann mit neuen Bindungen aus der Gleichung (4.12) als

$$u_2 = (\varphi_2 - \varphi_3) \frac{s}{2\pi}, \quad \dot{u}_2 = (\dot{\varphi}_2 - \dot{\varphi}_3) \frac{s}{2\pi}, \quad \ddot{u}_2 = (\ddot{\varphi}_2 - \ddot{\varphi}_3) \frac{s}{2\pi} \quad (4.13)$$

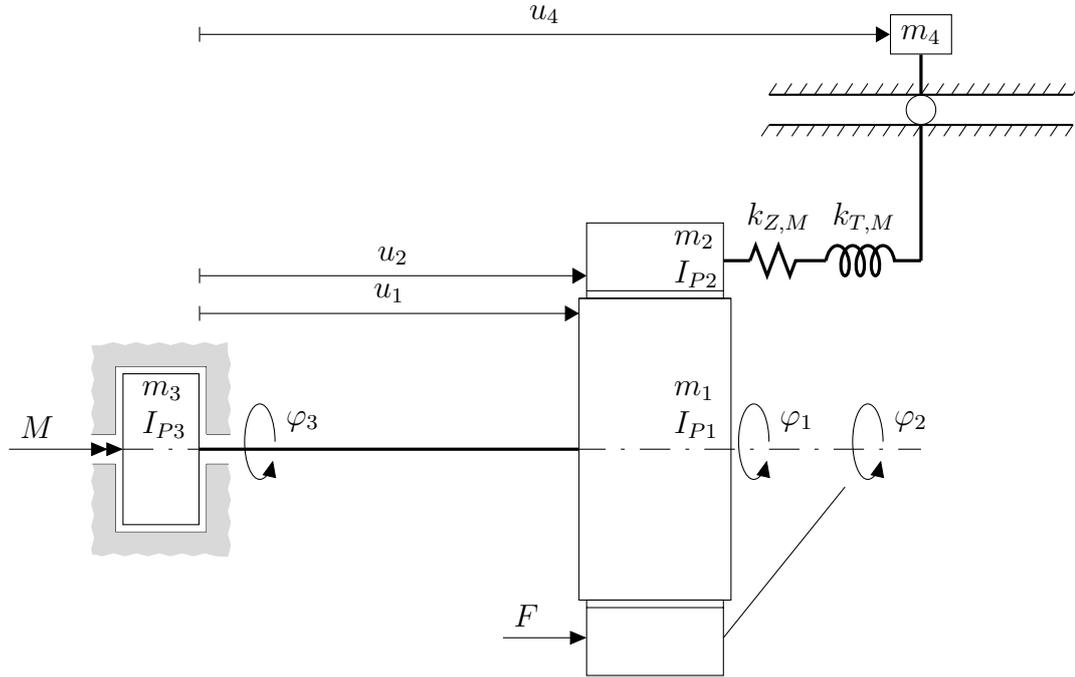


Abbildung 4.4: Ersatzmodell mit flexibler Mutter.

geschrieben werden. Die verallgemeinerten Koordinaten sind als

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} u_4 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

gewählt. Die relative Tangentialverschiebung an der Kontaktstelle ergibt sich als

$$u_C = (\varphi_3 - \varphi_2) \sqrt{r_m^2 + \left(\frac{s}{2\pi}\right)^2}, \quad (4.15)$$

Kinetik

Die Federkraft und das Federmoment, die die Mutter mit der Fördermasse koppeln betragen jeweils

$$\begin{aligned} F_{S2} &= -(u_4 - u_2 - l_{nM}) k_{Z,M} \text{ und} \\ M_{S2} &= -(\varphi_2 - \varphi_4) k_{T,M} \end{aligned} \quad (4.16)$$

mit Federkonstanten

$$\begin{aligned}
k_{Z,M} &= \frac{E_M A_M}{L_M} \text{ und} \\
k_{T,M} &= \frac{G_M I_M}{L_M},
\end{aligned} \tag{4.17}$$

wobei E_M das E-Modul, A_M die Querschnittsfläche und I_M die radiale Flächenträgheitsmoment der Mutter mit

$$\begin{aligned}
I_M &= \frac{\pi}{4}(r_{M,A}^4 - r_{M,I}^4) \text{ und} \\
A_M &= \pi(r_{M,A}^2 - r_{M,I}^2)
\end{aligned} \tag{4.18}$$

sind. Nach dem Freischneiden der einzelnen Körper mit derselben Variablennamenkonvention wie in der Abbildung 4.3 können die Impuls- und Drallsätze als

Rotor

$$\begin{aligned}
I_{P3}\ddot{\varphi}_3 &= M - M_{S1} \\
0 &= F_{L3} - F_{S1}
\end{aligned}$$

Spindel

$$\begin{aligned}
I_{P1}\ddot{\varphi}_3 &= M_{S1} - F_{CR}r_m \\
0 &= F_{S1} - F_{CA}
\end{aligned}$$

Mutter

$$\begin{aligned}
I_{P2}\ddot{\varphi}_2 &= F_{CR}r_m - M_{S2} \\
m_2(\ddot{\varphi}_2 - \ddot{\varphi}_3)\frac{s}{2\pi} &= F_{CA} - F_{S2}
\end{aligned} \tag{4.19}$$

Fördermasse

$$\begin{aligned}
0 &= M_{S2} - M_{L4} \\
m_4\ddot{u}_2 &= F_{S2}
\end{aligned}$$

geschrieben werden. Mit den Gleichungen (4.19), (4.26), (4.15), (4.7) lassen sich die Bewegungsgleichungen bei positiver und negativer F_{CN} berechnen. Die Bewegungsgleichungen in der Zustandsraumdarstellung können mit Hilfe eines symbolischen Prozessors, wie Matlab Symbolic Toolbox, einmalig für eine numerische Integration erstellt werden. Aufgrund der Länge der Gleichungen werden diese im Weiteren nicht explizit dargestellt.

4.1.3 Modell mit flexibler Spindel und Mutter

In diesem Abschnitt wird das Modell aus dem vorherigen Abschnitt erweitert, indem die Kopplung zwischen dem Rotor und der Kontaktmasse der Spindel (Körper 1 und 3) nicht über einen starren masselosen Balken sondern über Zug- und Torsionsfeder realisiert wird, siehe Abbildung 4.5.

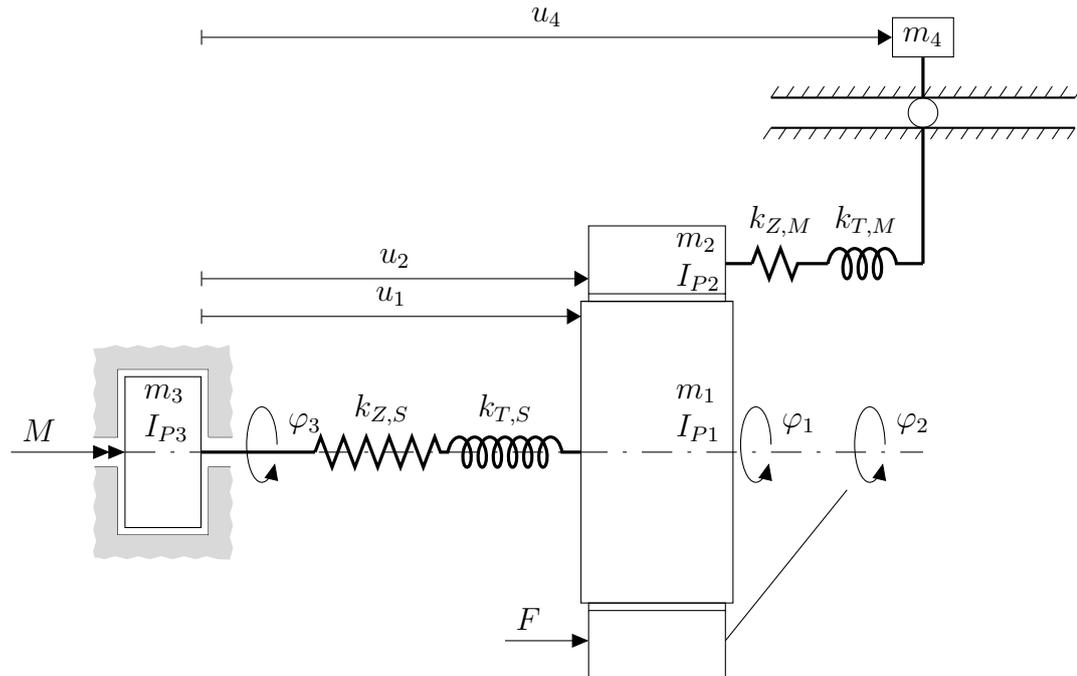


Abbildung 4.5: Ersatzmodell mit flexibler Spindel und Mutter.

Kinematik

Beschränkt wird bei diesem Modell die Drehung der Fördermasse φ_4 , die axiale Bewegung des Rotors und ein beliebiger Freiheitsgrad aus $\varphi_{1,2}$, $u_{1,2}$ durch die Bindungsgleichung für die Schraubenbewegung, die in vorliegender Konfiguration durch

$$\begin{aligned} u_3 &= 0 \\ \varphi_4 &= 0 \\ (u_1 - u_2) &= \frac{s}{2\pi}(\varphi_1 - \varphi_2) \end{aligned} \tag{4.20}$$

formuliert wird. Wird die Drehung der Spindelmasse φ_1 in Abhängigkeit der Positionen φ_2 , u_1 und u_2 , also als

$$\varphi_1 = \frac{s}{2\pi}(u_1 - u_2) + \varphi_2 \quad (4.21)$$

geschrieben, so können die allgemeinen Freiheitsgrade als

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_4 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \end{bmatrix}. \quad (4.22)$$

gewählt werden. So kann die relative Spiralbewegung der Gewindeflanken als

$$u_C = (u_2 - u_1) \frac{s}{2\pi} \sqrt{r_m^2 + \left(\frac{s}{2\pi}\right)^2}, \quad (4.23)$$

formuliert werden.

Kinetik

Wenn sich die Mutter auf der Spindel bewegt, verschiebt sich die Kontaktstelle, so dass sich die Zug-Druck- und Torsionssteifigkeit in Abhängigkeit der u_2 ändern. Die elastische Verformungsfähigkeit des Stabs kann durch eine Zug-Druck-Feder mit einer Zug-Druck-Steifigkeit

$$k_{Z,S} = \frac{E_S A_S}{u_2} + \frac{E_S A_S}{L_S - u_2} \quad (4.24)$$

repräsentiert werden, wobei E_S das E-Modul, A_S die Querschnittsfläche und L_S Länge der Spindel sind. Analog dazu kann die Torsionssteifigkeit durch eine Torsionsfeder mit einer Torsionssteifigkeit von

$$k_{T,S} = \frac{G_S I_{T,S}}{u_2} + \frac{G_S I_{T,S}}{L_S - u_2} \quad (4.25)$$

berücksichtigt werden, wobei die Federkraft, das Federmoment zwischen des Kontaktkörpers der Spindel und des Rotors als

$$\begin{aligned} F_S &= -(u_1 - u_3 - u_2) k_{Z,S} \text{ und} \\ M_S &= -(\varphi_1 - \varphi_3) k_{T,S} \end{aligned} \quad (4.26)$$

berechnet werden. Die Idee dabei ist, dass die Spindelfeder keine konstante initiale Länge haben, sondern deren initiale Längen von der Position der Mutter abhängen. Die Kontaktstelle der Spindel und Mutter variiert auch ohne elastische Verformungen. Das bedeutet, je näher sich die Mutter an einem der Spindelenden befindet, desto höher wird die Federsteifigkeit. Bei der Position $u_2 = 0$ bzw. $u_2 = l_S$ geht die Steifigkeit gegen unendlich. Dabei wird angenommen, dass die Schwingungsamplituden des Körpers 1 $u_1 - u_{1,0}$ im Gegensatz zur Starrkörperbewegung der Mutter $u_2 - u_{2,0}$ vernachlässigbar klein ist. Zusammen mit den Gleichungen (4.24), (4.25), (4.7), (4.18), (4.17), (4.16), (4.23) können die Impuls- und Drallsätze für die einzelnen Körper als

Rotor

$$\begin{aligned} I_{P3}\ddot{\varphi}_3 &= M - M_{S1} \\ 0 &= F_{L3} - F_{S1} \end{aligned}$$

Spindel

$$\begin{aligned} I_{P1}\left(\ddot{\varphi}_2 + (\ddot{u}_1 - \ddot{u}_2)\frac{2\pi}{s}\right) &= M_{S1} - F_{CR}r_m \\ m_1\ddot{u}_1 &= F_{S1} - F_{CA} \end{aligned} \tag{4.27}$$

Mutter

$$\begin{aligned} I_{P2}\ddot{\varphi}_2 &= F_{CR}r_m - M_{S2} \\ m_2\ddot{u}_2 &= F_{CA} - F_{S2} \end{aligned}$$

Fördermasse

$$\begin{aligned} 0 &= M_{S2} - M_{L4} \\ m_4\ddot{u}_4 &= F_{S2} \end{aligned}$$

geschrieben werden.

4.2 Aufbau der Adams-Modelle

In diesem Abschnitt wird der Modellaufbau in Adams erklärt. In Adams werden drei im Abschnitt 4.1 vorgestellte Modellkonzepte jeweils mit und ohne Gewindenspiel aufgebaut. Das Adams-Modell mit elastischer Spindel und Mutter und Gewindenspiel ist in ein parametrisiertes Adams-Skript umgewandelt, sodass eine individuelle Dimensionierung möglich ist. Dabei werden die Maße sowie die Materialdaten der Komponenten angegeben. Aus diesen Daten werden die Trägheitsmomente der Körper, eingeprägte sowie Bindungskräfte rekonstruiert. Damit kann das Spindeltriebmodell in einer beliebigen Adams-Simulation eingesetzt werden.

Die Spindel und die Mutter sind jeweils als volle und hohle Zylinder modelliert. Die Bindung zwischen der Spindel und der Mutter erfolgt auf zwei verschiedene Arten, die im Folgenden detaillierter erklärt werden.

4.2.1 Modellierung des spielfreien Gewindes

Die Gewindebindung zwischen beiden Körpern kann als eine kinematische Bindung gesehen werden, in der nur eine Spiralbewegung, also ein Freiheitsgrad, zugelassen wird. Zudem stehen die Systemgrößen in Adams nicht in verallgemeinerten, sondern in Raumkoordinaten zur Verfügung. Die Bindungskraft, die senkrecht zur Spirale gerichtet ist, wirkt als Längs- und Radialkraft auf die Spindel und die Mutter. Diese Formulierung beinhaltet eine Bindungskraft. Die Reibungskraft wird in Abhängigkeit der Längs- und Radialkraft formuliert. Unter Beachtung der Kräfte auf der Gewindegänge aus der Abbildung 4.2, Seite 31 wird die Tangentialkraft in Abhängigkeit der Axialkraft $F_{CT}(F_{CA})$ gesucht. Die Tangentialkraft ergibt sich aus der Normalkraft als

$$F_{CT} = |F_{CN}| \mu \frac{2}{\pi} \arctan(\dot{u}_c) = |F_{CN}| z. \quad (4.28)$$

Unter der Annahme $F_{CN} > 0$ wird

$$F_{CT}^+ = F_{CN}^+ z \quad (4.29)$$

eingeführt. Die Axialkraft bei positiver F_{CN} kann mit (4.7) als

$$F_{CA}^+ = F_{CN}^+ (\cos(\alpha) + z \sin(\alpha)) \quad (4.30)$$

und die positive Kraft F_{CN}^+ als

$$F_{CN}^+ = \frac{F_{CA}^+}{\cos(\alpha) + z \sin(\alpha)} \quad (4.31)$$

definiert werden. Die Ermittlung der Kraft F_{CN}^- erfolgt auf ähnliche Weise. Somit kann die Tangentialkraft in Abhängigkeit der Axialkraft als

$$F_{CT}^e(F_{CA}) = \begin{cases} \frac{F_{CA} z}{\cos(\alpha) + z \sin(\alpha)} & , \text{ falls } \frac{F_{CA}}{\cos(\alpha) + z \sin(\alpha)} > 0 \\ 0 & , \text{ falls } \frac{F_{CA}}{\cos(\alpha) + z \sin(\alpha)} = 0 \\ \frac{-F_{CA} z}{\cos(\alpha) + z \sin(\alpha)} & , \text{ falls } \frac{F_{CA}}{\cos(\alpha) + z \sin(\alpha)} < 0 \end{cases} \quad (4.32)$$

geschrieben werden. So kann die nichtideale Tangentialkraft in Adams als zusätzliches Kraftelement mit

$$\begin{aligned} F_{CA}^e &= F_{CT}^e \sin(\alpha) \\ F_{CR}^e &= F_{CT}^e \cos(\alpha) \end{aligned} \quad (4.33)$$

definiert werden.

4.2.2 Modellierung des Gewindes mit Spiel

Beim spielfreien Gewinde ist angenommen, dass zwei Körper ausschließlich eine Spiralbewegung relativ zueinander durchführen können. Die Freiheitsgrade sind dementsprechend beschränkt. Bei einem Gewinde mit Spiel können diese Freiheitsgrade nicht beschränkt werden. Daher werden hierfür Schranken definiert, zwischen denen sich die definierten kinematischen Größen bewegen dürfen. Beim spielfreien Gewinde darf die axiale Relativposition bei einer bestimmten radialen Relativposition eindeutig bestimmt. Beim Gewinde mit Spiel hingegen ist die radiale Relativposition bei bestimmter Axialposition nicht eindeutig bestimmt. Stelle man sich die Fläche der Bewegungsmöglichkeiten vor, so ist die Bewegung in Normalrichtung der Fläche nicht mehr unmöglich, sondern schwingt zwischen zwei Feder-Dämpfer-Elementen.

Adams verfügt über ein Element (Bistop, siehe Abbildung 4.6), das die Reglerkraft einer zwischen zwei Schranken schwingenden Systemgröße zurückgibt. Zur Modellierung des Gewindespiels wird dieses Element verwendet. Geregelt wird hierbei (im Gegensatz zu spielfreier Variante) nur die axiale Richtung, woraus nur eine Bindungskraft in axialer Richtung resultiert.

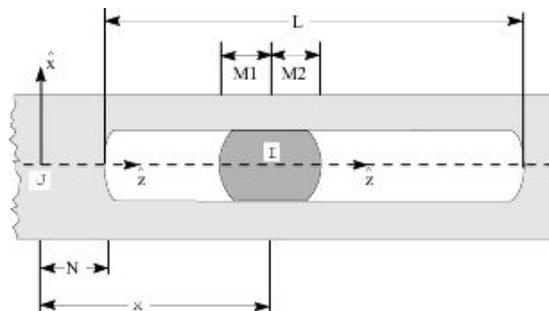


Abbildung 4.6: Bistop-Element in Adams, Quelle: MSC.Software.

Die Bindungskraft F_{CA} ist die Reglerkraft aus dem Bistop-Element, die die axiale Position bei einer angegebenen radialen Position zwischen zwei definierten

Schranken hält. Die normale Kraft F_{CN} und die tangentiale Kraft F_{CT} können auf dieselbe Weise wie beim spielfreien Gewinde berechnet werden. Die radiale Komponente der Bindungskraft muss zusätzlich als eingeprägte Kraft definiert werden. Mit (4.32) können die eingepprägten Kräfte als

$$\begin{aligned} F_{CA}^e &= F_{CA}^{\text{BISTOP}} \\ F_{CR}^e &= \frac{F_{CA}^e z \cos(\alpha)}{\cos(\alpha) + z \sin(\alpha)} - \frac{F_{CA}^e z \sin(\alpha)}{\cos(\alpha) + z \sin(\alpha)} \end{aligned} \quad (4.34)$$

definiert werden und sind die Kräfte, die die Spiralbewegung erzwingen.

4.3 Auswertung und Validierung der mathematischen Modelle

Die Impuls- und Drallsätze der vorgestellten mechanischen Ersatzmodelle sind in Gleichungen (4.8), (4.19) und (4.27) formuliert. Aus diesen Gleichungen können nun die unbekanntenen Reaktionskräfte eliminiert und die Bewegungsgleichungen der Körper in Abhängigkeit der jeweiligen verallgemeinerten Koordinaten gewonnen werden. Zur Auswertung der Bewegungsgleichungen ist der ODE45 Solver von Matlab eingesetzt, der auf Runge-Kutta Methode basiert. Bei der mathematischen Modellbildung einer solchen Gewindepaarung tritt zudem eine Nichtstetigkeit auf. Das Gewinde der Spindel befindet sich bei der Annahme eines idealen und spielfreien Gewindes in Kontakt zu Gewindeflanken der Mutter auf beiden Seiten. D.h. die Richtung der Normalkraft kehrt um, wenn der Kontakt von einer Seite der Gewindeflanken zur anderen Seite geht. Allerdings bleibt die Richtung der tangentialen (Reibungs-)kraft damit unverändert und hängt nur von der Richtung der Relativbewegung zwischen zwei Reibflächen ab. Zudem ist die Normalkraft eine unbekanntene Reaktionskraft, von der die Bewegungsgleichungen abhängen. Bei der Umsetzung wird zuerst die positive Variante der Bewegungsgleichung (\mathbf{y}^+) ausgewertet, in dem angenommen wird, dass F_{CN} positiv ist. Danach wird überprüft, ob F_{CN} tatsächlich positiv ist. Ist dies der Fall, so wird die Lösung akzeptiert. Wenn nicht, so wird die zweite Bewegungsgleichung (\mathbf{y}^-) mit der Annahme, dass F_{CN} negativ ist, ausgewertet. Wenn dabei die Kontaktkraft in Normalrichtung F_{CN} negativ herauskommt, wird diese Lösung genommen. Ein widersprechende Fall, in dem die F_{CN} in beiden oder in keinen Richtungen das verträgliche Vorzeichen hat, ist in bisherigen Berechnungen nicht festgestellt. Deswegen wist auf einen analytischen Beweis für allgemeine Lösbarkeit mit diesem Algorithmus verzichtet.

Die Adams-Modelle sind mit Matlab-Modellen validiert. Damit werden die

mathematischen Modelle der mechanischen Ersatzmodellen verifiziert. Die Plausibilität der mechanischen Ersatzmodelle können erst nach Vorliegen der Versuchsdaten überprüft werden.

Kapitel 5

Simulation und Auswertung

In diesem Kapitel werden einige wichtigen Betriebsfälle beim Einsatz des Spindelantriebs in Fahrzeugkomponenten rechnerisch ausgewertet und diskutiert. Zu diesen gehören u.a. die Untersuchung mit Wechselantriebsmoment, Auswirkung der Vorspannkraft auf die Haft- und Gleitübergänge, Untersuchung des statischen, sowie des Positionsschutzes und des Wirkungsgrads.

Die Simulationen werden im Folgenden mit dem Parametersatz aus der Tabelle 5.1 durchgeführt.

5.1 Haft- und Gleitübergänge beim wechselnden Antriebsmoment

Beim Einsatz als Sitzversteller muss der elektronische Sitzregler beispielsweise bei sehr niedrigen Temperaturverhältnissen gespeicherte Sitzkonfiguration bei hohen Temperaturen wiederherstellen und dies mehrmals hintereinander tun. Für den Einsatz in automatischen Sitzreglern muss daher das Reibungsverhalten korrekt abgebildet sein, damit eine präzise Regelung möglich ist. Solche Spindelantriebe sind mit einer Vorspannung zwischen der Mutter und der Spindel versehen, um den Kontakt in der erwünschten Richtung zu gewährleisten. Zudem werden Sie absichtlich mit Reibkontakten konstruiert, um die gewünschte Selbsthemmung zu gewährleisten. Infolgedessen ist die Haftreibung ein wichtiger Bestandteil der Modellierung. In diesem Abschnitt ist ein ungünstiger Lastfall gewählt, um die Haft- und Gleitreibungsübergänge deutlich darzustellen. Dafür wurde eine konstante Vorspannkraft F , ein wechselndes Antriebsmoment M und eine hohe Reibungskoeffizient $\mu = 0,3$ gewählt. Dieses Verhalten wird mit der Anregung 5.1

Geometrie- und Materialdaten			
$r_{Spindel}$	10mm	μ	0,3
r_{Mutter}	12mm	E_M	$2 \frac{N}{mm^2} \dots 2e^3 \frac{N}{mm^2}$
r_m	10mm	ν_M	0.3
$l_{n,M}$	20mm	G_M	$\frac{E_M}{2(1+\nu_M)}$
$l_{n,S}$	100mm	E_S	$210e^3 \frac{N}{mm^2} \dots 210e^4 \frac{N}{mm^2}$
l_S	500mm	ν_S	0.3
s	1	G_S	$\frac{E_S}{2(1+\nu_S)}$
Initialwerte			
$u_{1,0}$	100mm	$\varphi_{1,0}$	$\varphi_{3,0} + \frac{2\pi}{s} u_{1,0}$
$u_{2,0}$	100mm	$\varphi_{2,0}$	$\varphi_{3,0} + \frac{2\pi}{s} u_{2,0}$
$u_{3,0}$	0	$\varphi_{3,0}$	0
$u_{4,0}$	120mm	$\varphi_{4,0}$	$\varphi_{2,0}$

Tabelle 5.1: Daten und Initialwerte des Testmodells.

$$\begin{aligned} F &= -10 \text{ N} \\ M &= -40 \sin(4\pi t) \text{ N} \end{aligned} \tag{5.1}$$

dargestellt.

5.1.1 Gegenüberstellung der Modellkonzepte

Im vorherigen Kapitel sind drei Konzepte zur Modellierung vorgestellt, die sich an der Modellierung der Elastizität der Spindel und der Mutter unterscheiden. Der Hauptgrund dafür ist die Optimierung der Recheneffizienz. Bei steigenden E-Modulen wird die Rechenzeit höher. Um zu steife Bewegungsgleichungen zu vermeiden, kann das Modell mit elastischer Mutter sogar das Starrkörpermodell verwendet werden. Im folgenden Abschnitt wird die Effizienz der Modelle näher untersucht.

In der Abbildung 5.1 ist die Bewegung der Fördermasse beim Lastfall aus der

Gleichung (5.1) bei drei unterschiedlichen Modellkonzepten ausgewertet.

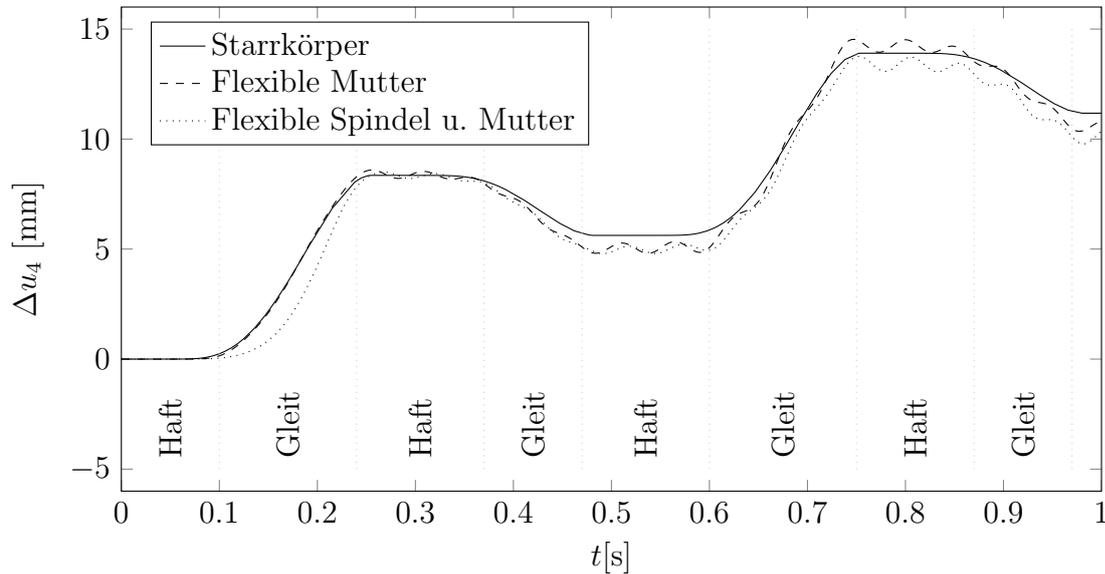


Abbildung 5.1: Die Bewegung der Fördermasse.

Durch sehr kleine Gewindesteigung wird die Radial- und Tangentialkraft nahezu vollständig vom Antriebsmoment und die Normalkraft von der Vorspannkraft erzeugt. Durch öftere Änderung des Verhältnisses zwischen der tangentialen und maximalen Reibungskraft kommt es zu mehreren Haft- und Gleitübergängen, welche sich an der Starrkörpervariante gut erkennen lassen.

5.1.2 Gegenüberstellung der Matlab- und Adams-Modelle

In diesem Abschnitt sind die Matlab- und Adams-Modelle gegenübergestellt. Das erste Modell ist das Matlab-Modell mit flexibler Spindel und Mutter. Das zweite und dritte Modell sind jeweils ohne und mit Gewindenspiel und beide mit flexibler Spindel und Mutter. In der Abbildung 5.2 ist die Bewegung der Fördermasse bei E-Modulen von ($E_S = 210e^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ und $E_M = 20 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$) dargestellt.

Bei den vorliegenden Spindelantrieben soll die Mutter aus einem Kunststoff und die Spindel aus Stahl hergestellt werden. Die Materialwerte bei der steiferen Variante aus der Abbildung 5.2 sind repräsentativer für den reellen Anwendungsfall. Um die elastischen Schwingungen deutlicher zu zeigen, ist die Bewegung der Fördermasse bei der folgenden Abbildung 5.3 mit niedrigeren E-Modulen ($E_S = 210e^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$ und $E_M = 2 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2}$) dargestellt.

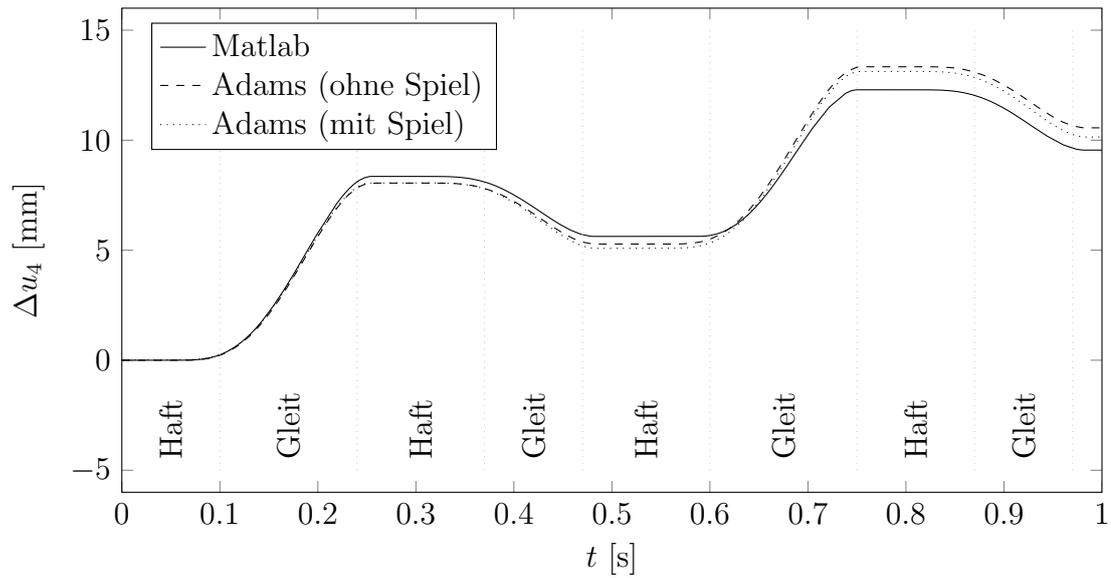


Abbildung 5.2: Die Bewegung der Fördermasse bei Matlab und Adams Modell.

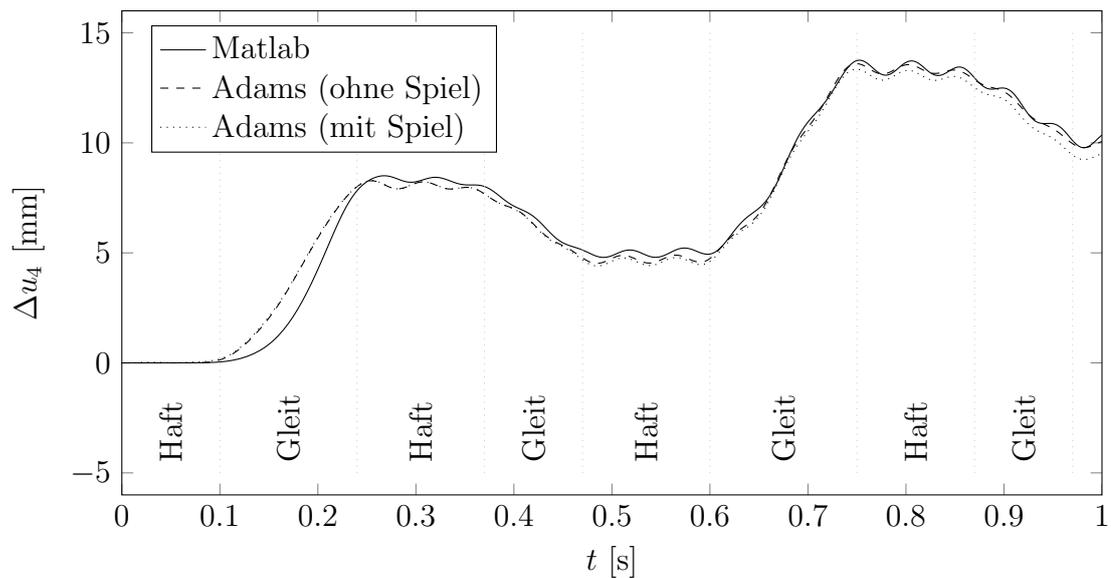


Abbildung 5.3: Die Bewegung der Fördermasse bei Matlab und Adams Modell.

Alle drei mechanische Ersatzmodelle sind sowohl in Matlab als auch in Adams unabhängig voneinander modelliert und mit mehreren Lastfällen miteinander verglichen. Somit werden die mathematischen Modelle der mechanischen Ersatzmodelle bzw. die numerischen Rechnungen validiert. In den Abbildungen 5.2 und 5.3 ist erkennbar, dass das Matlab-Modell von dem Adams-Modell ohne Gewinde-

spiel leicht abweicht. Ein Grund dafür ist, dass Adams einen modifizierten Solver verwendet, d.h. die Bewegungsgleichungen nicht mit den identischen Algorithmen ausgewertet sind. Aus Gründen der Recheneffizienz wird mit dem modifizierten Standard-Solver von Adams weitergerechnet, weil er u.a. das Modell mit Gewindenspiel effizient auswerten kann. Bei Verkleinerung der Fehlertoleranzen verkleinert sich auch die Abweichung.

5.2 Positionsschutz

Eines der wichtigsten Ziele der Modellierung ist die theoretische Untersuchung des Positionsschutzes. Die Modellierung des Positionsschutzes unter dynamischer Belastung soll ein weiteres Werkzeug bei der Auslegung der Spindelantriebe sein. Die Spindelantriebe werden üblicherweise mit konventionellen Formeln z.B. aus [WittelEtAl13] ausgelegt. Diese sind nicht immer ausreichend, um alle Betriebsfälle abzudecken und berücksichtigen nicht alle auftretenden Effekte, die zum Teil herstellungsbedingt sind.

Die Gegenüberstellung des Positionsschutzverhaltens unter statischer und dynamischer Belastung ist in der folgenden Abbildung 5.4 dargestellt.

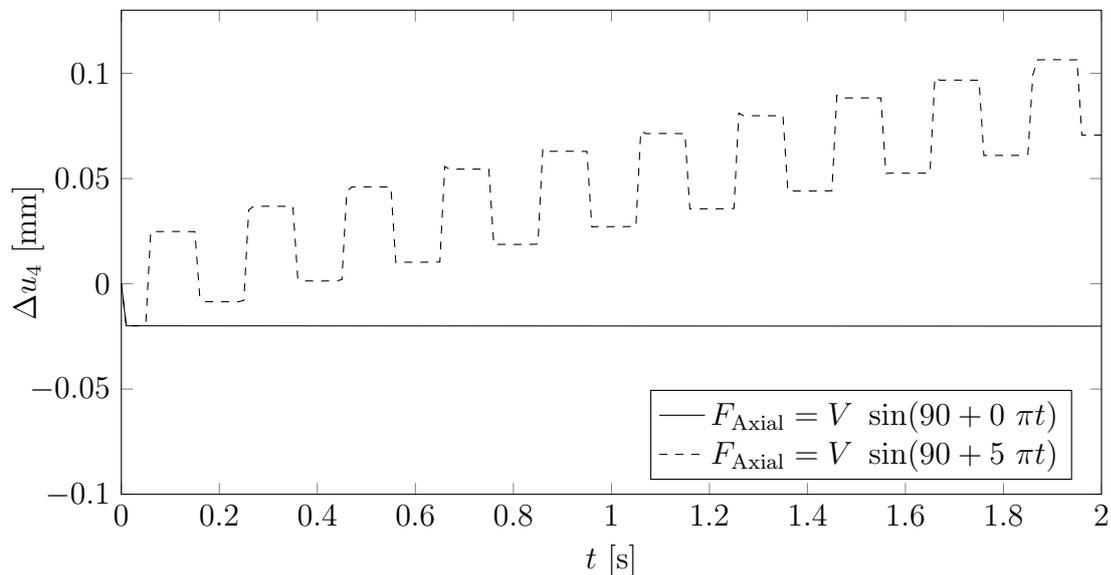


Abbildung 5.4: Die Bewegung der Fördermasse bei konstanter und wechselnder Vorspannkraft.

Die Abbildung 5.4 zeigt zwei Arten der Anregung. Bei der ersten Kurve, die

mit voller Linie gekennzeichnet ist, wirkt ein statisches Antriebsmoment und eine statische Vorspannkraft. Bei der zweiten Kurve wirkt eine wechselnde Vorspannkraft. In der Initialposition befindet sich die Mutter genau in der Mitte des Spielbereichs.

Bei konstanter Vorspannung bewegt sie sich axial und der Kontakt findet unter Haftreibung statt. Bei der Variante mit wechselnder Vorspannkraft bewegt sich die Mutter frei bis zum Stattfinden des Kontakts es kommt kurz zum Haften. Durch wechselnde Vorspannkraft löst sie sich irgendwann von einer Gewindeflanke in Richtung der anderen Flanke ab. Während dieses „Fliegens“ bewegt sie sich nicht nur axial, sondern dreht sich durch die wirkende Radialkraft zusätzlich. Diese kleinen „radialen Versetzungen“ addieren sich auf und es kommt zu einem Rutscheffekt.

Der dargestellte Fall ist äußerst ungünstiger, weil es keine statische Vorspannkraft wirkt. Sie ist eine rein wechselnde Kraft, die z.B. die Fahrbahnschwingungen am Beispiel eines Fensterhebers darstellen soll. Wenn der Spindelantrieb konstruiert wird, soll eine zusätzliche statische Vorspannkraft vorgesehen werden. Diese Vorspannkraft soll dafür sorgen, dass sich die Mutter trotz den Wechselbelastungen von der erwünschten Seite nicht ablöst. Die Größe dieser Vorspannkraft kann also mit Hilfe dieser Untersuchung mit einer relevanten dynamischen Belastung ausgelegt werden.

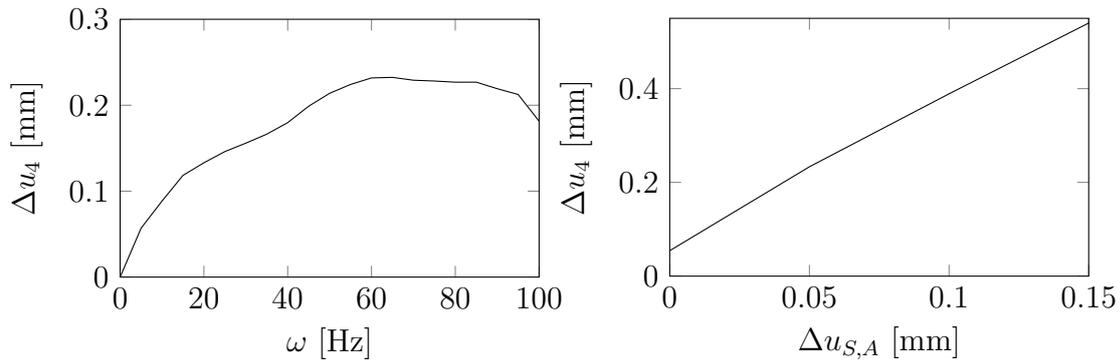
Die Abhängigkeit der maximalen Versetzung durch unzureichenden Positionsschutz ist in der Abbildung 5.5 dargestellt.

Die obigen Abbildungen zeigen ein Beispiel, wie die Erregerfrequenz und das Gewindenspiel mit der Versetzung zusammenhängen.

5.3 Wirkungsgrad

Im vorherigen Abschnitt ist bereits erwähnt, dass die Vorspannkraft ausreichend hoch gewählt werden muss, um die Positionsschutz bei dynamischer Belastung zu gewährleisten. Zudem führt eine höhere Vorspannkraft zu höheren Leistungsverlusten durch Reibung. Dadurch sinkt auch der Wirkungsgrad. Der Wirkungsgrad eines Spindelantriebs kann als

$$\eta = \frac{W_{\text{ab}}}{W_{\text{zu}}} = \frac{W_{\text{Gesamt}} - W_{\text{Reibung}}}{W_{\text{Gesamt}}} \quad (5.2)$$



(a) Maximale axiale Versetzung der Fördermasse in Abhängigkeit der axialen Schwingfrequenz
 (b) Maximale axiale Versetzung der Fördermasse in Abhängigkeit des Gewindespiels

Abbildung 5.5: Abhängigkeit des maximalen Durchrutschens in Abhängigkeit der Erregerfrequenz und des Gewindespiels.

definiert werden, in dem angenommen wird, dass die einzige Verlustleistung durch Reibungen verursacht wird. In der Abbildung 5.6 sind Wirkungsgrade bei variierendem Reibungskoeffizient μ mit drei unterschiedlichen Vorspannkraften ausgewertet.

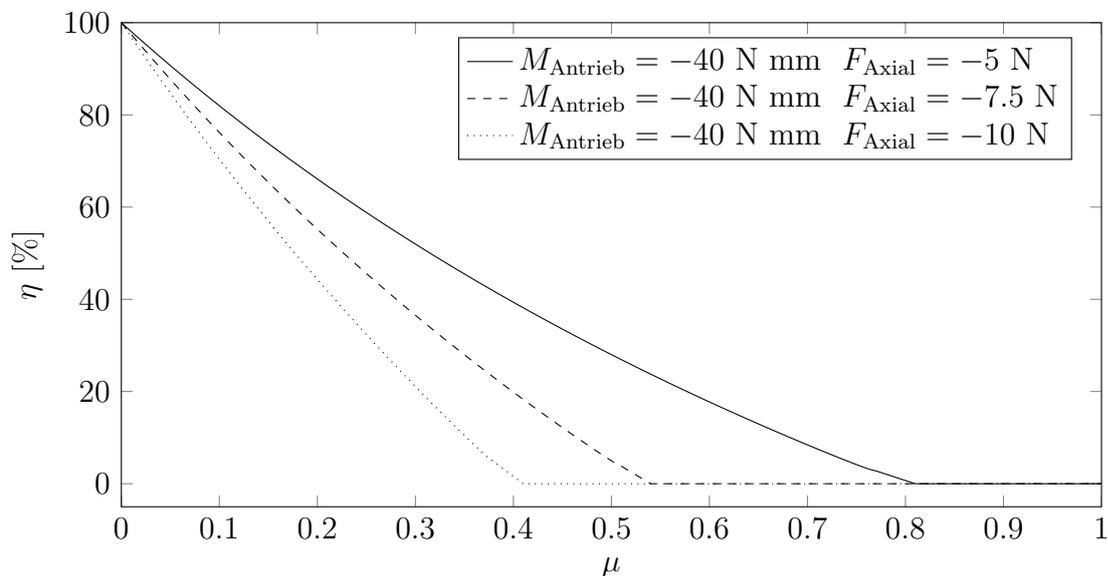


Abbildung 5.6: Wirkungsgrad in Abhängigkeit von Reibungskoeffizient.

Durch geschickte Auswahl der Vorspannkraft kann ein besserer Positionsschutz

erreicht werden. Zudem kann eine optimalere Dimensionierung des Motors sowie der Komponenten zur Herstellungskostenreduktion beitragen.

Kapitel 6

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein parametrisiertes MKS-Modell für Spindelantriebe entwickelt, das die theoretische Voruntersuchung unterschiedlicher Betriebseigenschaften ermöglicht. Dabei werden die Elastizität der Komponenten, die Haft-, Gleitreibung und das Gewindenspiel modelliert. Somit ist ein weiteres Werkzeug zur Vorauslegung der Spindelantriebe bezüglich ihrer hauptsächlichsten Betriebseigenschaften geschaffen. Diese Betriebseigenschaften setzen sich u.a. aus dem Positionsschutz unter statischer und dynamischer Belastung, dem Wirkungsgrad, der Festigkeit und den auftretenden elastischen Verformungen zusammen. Das parametrisierte Adams-Modell ist mit den Matlab-Modellen abgeglichen und validiert. Zudem wurde eine Adams-Matlab-Schnittstelle programmiert, um die Einbindung externer Matlab-Routinen als Koppelemente in Adams zu ermöglichen.

Die Auswertung der ersten kritischen Betriebsfälle zeigt, dass durch die Wahl einer höheren Vorspannkraft der Positionsschutz bei dynamischen Belastungen gewährleistet werden kann. Es muss sichergestellt werden, dass die Gewindeflanken in derselben Richtung im Kontakt bleiben. Dabei ist zu beachten, dass eine höhere Vorspannkraft zu einem schlechteren Wirkungsgrad führt. In Zukunft muss daher dieses Phänomen bei der Vorauslegung von Gewindespindeln zusätzlich berücksichtigt werden. Durch die Simulation unterschiedlicher Betriebsszenarien kann eine optimale Dimensionierung des Gleichstrommotors und des Spindelantriebs erzielt werden. Es kann sowohl ein besserer Positionsschutz, als auch ein eine bessere Festigkeit auch bei ungünstigen Betriebsbedingungen erreicht werden.

Zur erfolgreichen Anwendung des Tools sollten die Parameter der MKS-Modelle in einer weiterführenden Arbeit mit den Versuchsdaten abgestimmt werden. Au-

ßerdem könnten die Bauteile auch als flexible Körper modelliert werden, um dabei zusätzliche Gewindevormungen zu berücksichtigen. Das Adams-Modell bietet bisher nur das Coulombsche Reibungsmodell an. Weitere Reibungsphänomene wie z.B. die Stribeck-Reibung könnten zusätzlich implementiert werden. Das bisher zugrundeliegende Gewindemodell ist das Rechteckgewinde. Zur umfangreicheren Auslegung der Spindelantriebe können weitere Gewindeprofile implementiert werden. Zudem kann der Temperatureinfluss untersucht werden, der durch die Reibung oder die Betriebsumgebung zustande kommt. Die Materialeigenschaften sind bisher durch die lineare Elastizität und die lineare Dämpfung berücksichtigt. Für genauere Rechnungen müssen die Materialeigenschaften detaillierter modelliert werden.

Anhang A

Adams-Matlab Schnittstelle

Die Berechnungssoftware Matlab bietet vielfältige Möglichkeiten zur praktischen und effizienten Implementierung physikalischer Probleme an. Ihre Vorteile bestehen u.a. darin, dass sie über zahlreiche Bibliotheken zur Vektorberechnung, symbolische und numerische Lösung der linearen sowie differentialen Gleichungssysteme verfügt. Somit ermöglicht Matlab effiziente Umsetzung und Analyse der Probleme der Mechanik. Zudem bietet Matlab verschiedene Tools an, mit denen Matlab-Routinen ausserhalb der Matlab-Umgebung verwendet werden können.

Die Mehrkörpersystem-Software MSC.Adams, die weltweit am Meisten verwendete Software für Mehrkörperdynamikanalyse, siehe [MSC.Software13], verfügt über Solver-Schnittstellen, durch welche externe C-, und Fortran-Routinen in Echtzeit in den Solver eingebunden werden können.

Im Rahmen der Arbeit ist die Matlab-Routine, die im Rahmen der Arbeit [Stark13] entwickelt wurde, als allgemeines Kraftelement (GForce) in Adams integriert.

A.1 Möglichkeiten zur Integration eines Matlab-Codes in eine C-Routine

Im folgenden werden verschiedene Möglichkeiten zur Erstellung einer Adams-Matlab Schnittstelle hinsichtlich Geschwindigkeit und Implementierungsaufwand untersucht. Zwecks Vergleich mit einem reinen C-Code wird ein einfaches 1-FHG-Modell gewählt. Nach dem Vergleich der zur Verfügung stehenden Varianten wird der Matlab-Code mit der am Meisten geeigneten Variante eingebunden.

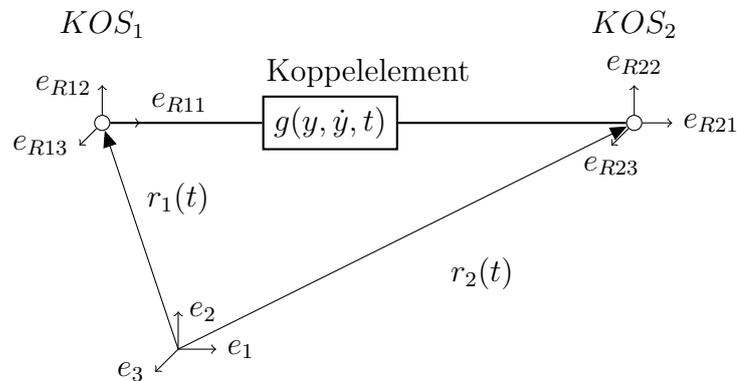


Abbildung A.1: Prinzip des Koppelements in Adams.

Testmodell

Das Testmodell ist ein Koppelement, in dem eine Punktmasse über eine Zug-Druck-Feder und einen Dämpfer zur einer Wand gebunden ist, siehe Abbildung A.2. Die Kraftverläufe der Feder und des Dämpfers sei von der Zeit und der Ableitungen des Freiheitsgrads abhängig.

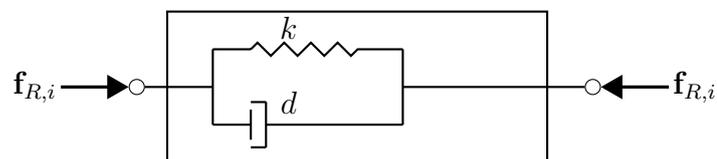


Abbildung A.2: Testmodell zur Untersuchung der Matlab-Adams-Integration.

Variante 1: Matlab-Routine als eine ausführbare Datei

Mit dem Matlab-Compiler-Toolbox können Matlab-Skripte als eigenständig ausführbare Dateien (z.B. .exe) exportiert werden. Auf der Maschine, auf der die kompilierten Dateien laufen, muss Matlab-Compiler-Runtime (MCR), installiert werden. Somit können diese Dateien unabhängig von Matlab-Entwicklungsumgebung verwendet werden.

Die Kompilierung der Skripte können per Kommando oder über Toolbox-Oberfläche durchgeführt werden und erfordert keine Anpassung des Skripts. Die kompilierte Datei kann von beliebiger Anwendung aus ausgeführt werden. Die

Kommunikation zwischen Adams-Solver und kompilierte Matlab-Datei ist in der Abbildung A.3 gezeigt.

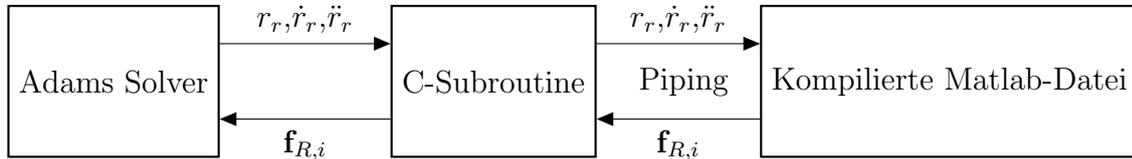


Abbildung A.3: Einbindung über kompilierte Matlab-Datei-1.

Die Kommunikation zwischen C-Routine und Matlab-Routine kann anstatt über Piping über eine Datei erfolgen, siehe Abbildung A.4.

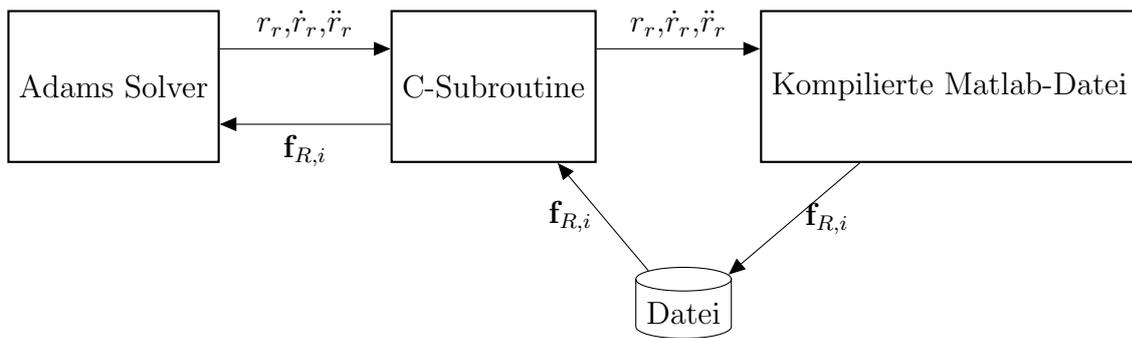


Abbildung A.4: Einbindung über kompilierte Matlab-Datei-2.

Der Vorteil dieser Variante ist die unkomplizierte Umsetzung. Der Nachteil besteht darin, dass die ausführbare Datei bei jeder Iterationsschritt neu gestartet wird und dabei die MCR-Bibliotheken erneut lädt. Das führt bei hoher Anzahl der Iterationsschritten zu erheblichen Verlangsamungen.

Variante 2: Matlab-Routine als eine C-Bibliothek

Die Matlab-Compiler-Toolbox kann die Routine in eine kompilierte Bibliothek (typisch: .dll) umsetzen, die direkt über eine interne Funktion in den C-Code integriert werden kann, siehe Abbildung A.5.

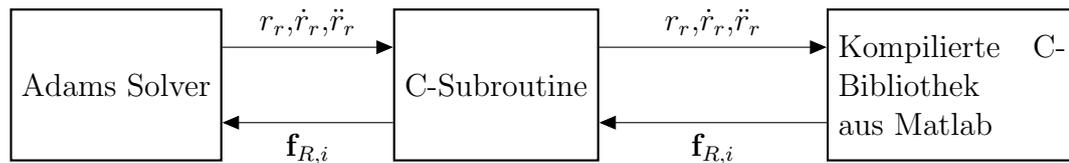


Abbildung A.5: Einbindung über eine kompilierte Bibliothek.

Variante 3: Umsetzung der Matlab-Routine in einen C-Code mit Hilfe des Matlab Coders

Die Matlab-Coder-Toolbox ermöglicht die Konvertierung eines Matlab-Codes in einen C-Code. Der C-Code, der dadurch erzeugt wurde, kann beliebig modifiziert und in die C-Routine eingebaut werden, siehe Abbildung A.6.

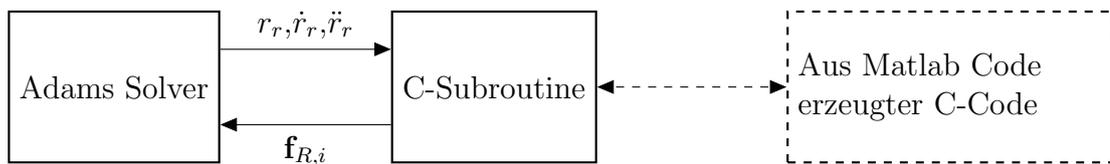


Abbildung A.6: Einbindung über einen automatisch erzeugten C-Code.

Durch diese Variante kann ein C-Code gewonnen werden, der unkompliziert in die Hauptroutine eingebunden werden kann. Allerdings benötigt der Matlab-Code vor der Umwandlung eine Anpassung, die mit steigender Komplexität des Codes aufwändig sein kann.

Variante 4: Erstellung einer ausführbaren Datei zur einmaligen Ausführung während der Laufzeit

Die Idee bei dieser Variante besteht darin, mit dem Matlab-Compiler eine ausführbare Datei zu erstellen, die mit einer gegebenen Frequenz eine bestimmte Eingangsdatei auf Änderungen überprüft. Wenn der Adams-Solver die externe Adams-Routine abfragt, die externe Adams-Routine bei der ersten Abfrage eine Instanz der ausführbaren Matlab-Datei. Sie beschreibt bei allen Abfragen eine Eingangsdatei für die Matlab-Berechnung. Wenn diese Datei geändert wird, führt die ausführbare Matlab-Datei die Berechnung durch und schreibt die Ausgabe in eine bestimmte Ausgabedatei. Mit demselben Prinzip prüft die Adams-Routine

die Ausgabe Datei ständig und wenn sie geändert wird, gibt sie die Ausgabe an den Solver zurück. Dieses Prinzip ist in der Abbildung A.7 dargestellt.

Bei dieser Variante wird eine Effizienzsteigerung erzielt, in dem das Laden von Matlab-Compiler-Runtime in jedem Schritt vermieden wird.

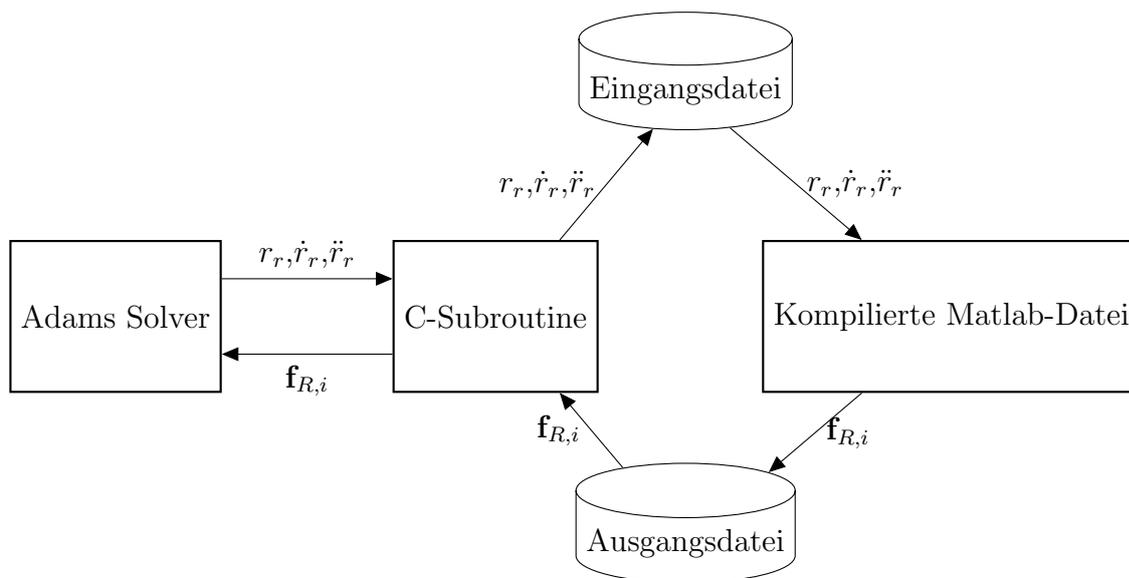


Abbildung A.7: Einbindung über eine ausführbare Matlab-Datei-3.

Variante 5: Neue Implementierung des Matlab-Codes in C

Die Variante ist bei der Umsetzung eines Modells zu überlegen. Bei Modellen, bei denen die Vorteile des Matlabs gegenüber von C nicht benutzt werden können, kann es die geeignete Variante sein. Zudem können automatisch in C-Code umgewandelte Matlab-Codes mit dieser Variante kombiniert werden.

A.2 Integration der internen Freiheitsgrade

Das Koppellement, das in der Abbildung A.1 dargestellt ist, wird über zwei bewegende Koordinatensysteme zum gesamten System verbunden. Wird innerhalb von diesem Koppellement ein Untersystem mit Körpern bzw. Massen beinhaltet, so müssen die Bewegungsgleichungen dieses Untersystems bestimmt und ins äußere System integriert werden, weil dann das ganze Untersystem

nicht mehr als ein masseloses Koppellement berücksichtigt werden kann. Die Reaktionskräfte hängen von der Trägheit bzw. den Schwingungen der inneren Massen ab. Hierfür muss eine Integrationsroutine in die externe Adams-Routine eingebaut werden, die aus den Eingangsdaten von Schnittstellen-KOS die internen Systemzustände findet. Da der äußere Integrator nicht mit den Fehlern vom internen System berechnet, muss der innere Integrator so konzipiert werden, dass er mit der externen Schrittweitensteuerung gute Ergebnisse liefert.

Die Integration der internen Freiheitsgrade kann nach explizites-Euler-Verfahren erfolgen. Dabei werden die Systemzustände bei erfolgten Zeitschritten gespeichert, um sie in den nächsten Zeitschritten für die Integration zu verwenden. So wird in jedem Zeitschritt die Ableitungen der internen Freiheitsgrade berechnet.

A.3 Vergleich der Einbindungsmöglichkeiten

Im Folgenden wird das Testmodell mit verschiedenen Varianten implementiert. Bei geschickter Wahl der beweglichen Koordinatensystemen kann das Problem aus A.1 als ein eindimensionales Mehrkörpersystem formuliert werden, welches wie ein linienflüchtiges Koppellement eingebaut werden kann. Um die Anzahl der Iterationsschritte zu erhöhen, werden die Feder- und Dämpferkurven so konzipiert, dass sie grosse Steigungen behalten.

Um den Einfluss des Ladens von Matlab-Compiler-Runtime zu untersuchen, wird das Testmodell zuerst direkt in der externen Adams-Routine implementiert und anschließend mit der Variante 1 verglichen, wo das Matlab-Compiler-Runtime in jedem Schritt neu geladen wird. Die Leistung beider Varianten werden in der Tabelle A.1 verglichen.

	Reine C-Impl.	Variante 1
Anzahl Schritte	3889	3889
Gesamtrechendauer	$\approx 3s$	$\approx 5,4 h$
Mittlere Dauer Berechnungsläufe	$7,72e^{-6} s$	$1,4e^{-3} s$
Mittlere Dauer Aufrufe	$1,4e^{-3} s$	$5,776 s$
Mittlere Dauer einer Ladung des MCR	$0s$	$5,775 s$

Tabelle A.1: Vergleich reiner C-Implementierung mit der Variante 1.

Durch diesen Vergleich wird es erkannt, dass die kompilierte Matlab-Routine für einen einzelnen Schritt im Millisekundenbereich mehr Rechenzeit für die Berechnung braucht aber der erhebliche Unterschied durch das Laden von MCR

verursacht wird.

Wahl einer geeigneten Methode Somit sind fünf Varianten für die Kommunikation von Adams und Matlab vorgestellt. Bei den MKS-Modellen für den Spindelantrieb können die Bewegungsgleichungen in Matlab generiert und getestet werden. Durch geschickter Wahl der Variablenamen kann der Matlab-Code in C-Code effizient, manuell umgesetzt werden. Die Variante 5 ist möglicherweise die vorteilhafteste Vorgehensweise für die vorgestellten 2-D-Modelle, u.a. auch deswegen weil sie am Effizientesten ist. Um Matlab-Routinen in Adams zu testen, kann immer noch die Variante 1 verwendet werden.

Abbildungsverzeichnis

1.1	Spindelantriebe mit DC-Motoren, Quelle: Robert Bosch GmbH.	1
1.2	Spindelantriebe in Interiorkomponenten.	2
2.1	Darstellung eines Standard-LCP-Problems.	8
2.2	Charakterisierung des Kontakts in Normalrichtung.	9
2.3	Reibungskraft in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit nach Coulombschem Reibgesetz.	10
2.4	Erster Teil der Zerlegung des Tangentialverhaltens.	10
2.5	Zweiter Teil der Zerlegung des Tangentialverhaltens.	11
2.6	Exaktes und angenähertes Normalverhalten.	14
2.7	Annäherung von Coulombscher Reibung durch Arkustangens.	14
3.1	Kraftleitung von Mutter nach Spindel.	17
3.2	Kraftleitung von Spindel nach Mutter.	17
3.3	Prinzip des Positionsschutzes unter statischer Belastung.	19
3.4	Freischnitt des Würfelements der Mutter.	20
3.5	Prinzip des Positionsschutzes unter dynamischer Belastung.	22
3.6	Gewindenspiel bei rechteckigem Gewindeprofil.	22
3.7	Quader auf der reibhaften, planaren Fläche.	23
3.8	Tangentiale Relativgeschwindigkeit \dot{u} in Abhängigkeit der Erregerkraft F_{Exc}	25
3.9	Reibungskraft F_R in Abhängigkeit der Erregerkraft F_{Exc}	25

3.10	Zeitverlauf von u bei LCP und Annäherungsvariante.	27
3.11	Relativer Fehler von u mit Annäherungsvarianten.	27
4.1	Ersatzmodell mit starrer Mutter und Spindel.	30
4.2	Gewinde- und Reibungsmodell.	31
4.3	Freischneiden der Körper.	33
4.4	Ersatzmodell mit flexibler Mutter.	35
4.5	Ersatzmodell mit flexibler Spindel und Mutter.	37
4.6	Bistop-Element in Adams, Quelle: MSC.Software.	41
5.1	Die Bewegung der Fördermasse.	46
5.2	Die Bewegung der Fördermasse bei Matlab und Adams Modell. .	47
5.3	Die Bewegung der Fördermasse bei Matlab und Adams Modell. .	47
5.4	Die Bewegung der Fördermasse bei konstanter und wechselnder Vorspannkraft.	48
5.5	Abhängigkeit des maximalen Durchrutschens in Abhängigkeit der Erregerfrequenz und des Gewindespiels.	50
5.6	Wirkungsgrad in Abhängigkeit von Reibungskoeffizient.	50
A.1	Prinzip des Koppelements in Adams.	55
A.2	Testmodell zur Untersuchung der Matlab-Adams-Integration. . . .	55
A.3	Einbindung über kompilierte Matlab-Datei-1.	56
A.4	Einbindung über kompilierte Matlab-Datei-2.	56
A.5	Einbindung über eine kompilierte Bibliothek.	57
A.6	Einbindung über einen automatisch erzeugten C-Code.	57
A.7	Einbindung über eine ausführbare Matlab-Datei-3.	58

Tabellenverzeichnis

3.1	Gegenüberstellung der Recheneffizienz.	28
5.1	Daten und Initialwerte des Testmodells.	45
A.1	Vergleich reiner C-Implementierung mit der Variante 1.	59

Literaturverzeichnis

- [Almqvist13] Almqvist, A.: A pivoting algorithm solving linear complementarity problems, 2013.
- [Arnold Reusken08] und Arnold Reusken, W.D.: Numerik für Ingenieure und Naturwissenschaftler. Springer Verlag, 2008.
- [BrecherWeck11] Brecher, C.; Weck, M.: Fertigungsmittel-Elemente der Werkzeugmaschinen. Springer Verlag, 2011.
- [EberhardSchiehlen12] Eberhard, P.; Schiehlen, W.: Technische Dynamik-Rechnergestützte Modellierung mechanischer Systeme im Maschinen- und Fahrzeugbau. Vieweg+Teubner, 2012.
- [Ebrahimi07] Ebrahimi, S.: A Contribution to Computational Contact Procedures in Flexible Multibody Systems. Doktorarbeit, Institut für technische Mechanik- Universität Stuttgart, 2007.
- [Fischer-Cripps07] Fischer-Cripps, A.C.: Introduction to Contact Mechanics. Springer Verlag, 2007.
- [Gisela Engeln-Müllges11] Gisela Engeln-Müllges, R.W. Klaus Niederdrenk: Numerik-Algorithmen. Springer Verlag, 2011.
- [Henne05] Henne, M.: Komplementaritätsprobleme. 2005.
- [Hildebrandt06] Hildebrandt, S.: Analysis 1. Springer Verlag, 2006.
- [HsiehYaoChiang07] Hsieh, M.F.; Yao, W.S.; Chiang, C.R.: Modeling and synchronous control of a single-axis stage driven by dual mechanically-coupled parallel ball screws. Springer Verlag, 2007.
- [Inc.12] Inc., M.: Using Matlab, 2012.
- [K. Schweizerhof13] K. Schweizerhof, A.K.: Computational contact mechanics. Springer Verlag, 2013.

- [Knappstein93] Knappstein, G.: Schnittmethode. Wiss. Verl., Stuttgart, 1993.
- [MagnusMüller-Slany05] Magnus, K.; Müller-Slany, H.H.: Grundlagen der Technischen Mechanik. Vieweg+Teubner Verlag, 2005.
- [MOSTAGHELDAVIS97] MOSTAGHEL, N.; DAVIS, T.: Representations of coulomb friction for dynamic analysis. Techn. bericht., 1997.
- [MSC.Software13] MSC.Software: MSC.Adams Web-Auftritt, 2013.
- [Pfeiffer92] Pfeiffer, F.: Einführung in die Dynamik. Teubner Verlag, Stuttgart, 1992.
- [PfeifferGlocker96] Pfeiffer, F.; Glocker, C.: Multibody dynamics with unilateral contacts, 1996.
- [Popov09] Popov, V.L.: Kontaktmechanik und Reibung. Springer Verlag, 2009.
- [Stark13] Stark, E.: Entwicklung eines theoretischen Modells einer Gewindespindel für den Einsatz in einer MKS-Umgebung. Masterarbeit, Institut für technische Mechanik- Universität Stuttgart, 2013.
- [Vahid-AraghiGolnaraghi11] Vahid-Araghi, O.; Golnaraghi, F.: Friction-Induced Vibration in Lead Screw Drives. Springer Verlag, 2011.
- [VaranasiNayfeh04] Varanasi, K.K.; Nayfeh, S.A.: The Dynamics of Lead-Screw Drives: Low-Order Modeling and Experiments. Techn. bericht., Department of Mechanical Engineering Massachusetts Institute of Technology Cambridge, Massachusetts, 2004.
- [VicenteEtAl11] Vicente, D.A.; Hecker, R.L.; Villegas, F.J.; Flores, G.M.: Modeling and vibration mode analysis of a ball screw drive. Springer Verlag, 2011.
- [WittelEtAl13] Wittel, H.; Muhs, D.; Jannasch, D.; Voßiek, J.: Roloff/Matek Maschinenelemente. Springer Verlag, 2013.
- [YaoaGaobRenb11] Yaoa, W.L.; Gaob, L.L.; Renb, Y.S.: Modeling for dynamics of rigid-body systems with friction by linear complementary problem (LCP). Techn. bericht., 2011.
- [ZirnWeikert06] Zirn, P.D.O.; Weikert, D.S.: Modellbildung und Simulation hochdynamischer Fertigungssysteme. 2006.